

Zadatak 061 (Robert, tehnička škola)

Pojednostavnite: $\frac{2x^2y - 6xy^2}{x^3 - 9xy^2}$.

Rješenje 061

$$\frac{2x^2y - 6xy^2}{x^3 - 9xy^2} = \left[\begin{array}{l} \text{izlučimo } 2xy \\ \text{izlučimo } x \end{array} \right] = \frac{2xy \cdot (x-3y)}{x \cdot (x^2 - 9y^2)} = [\text{razlika kvadrata}] = \frac{\overset{1}{2} \overset{1}{x} y \cdot \overset{1}{(x-3y)}}{\underset{1}{x} \cdot \underset{1}{(x-3y)} \cdot (x+3y)} = \frac{2y}{x+3y}$$

Vježba 061

Pojednostavnite: $\frac{x^2y - 3xy^2}{x^3 - 9xy^2}$.

Rezultat: $\frac{y}{x+3y}$.

Zadatak 062 (1A, hotelijerska škola)

Pojednostavnite: $\frac{(2x+3)^2 - 24x}{4x^2 - 9}$.

Rješenje 062

$$\begin{aligned} \frac{(2x+3)^2 - 24x}{4x^2 - 9} &= \left[\begin{array}{l} \text{kvadrat zbroja: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ \text{razlika kvadrata: } a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b) \end{array} \right] = \frac{4x^2 + 12x + 9 - 24x}{(2x-3) \cdot (2x+3)} = \frac{4x^2 - 12x + 9}{(2x-3) \cdot (2x+3)} = \\ &= \left[\begin{array}{l} \text{kvadrat razlike: } a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \end{array} \right] = \frac{\overset{2x-3}{(2x-3)^2}}{\underset{1}{(2x-3)} \cdot (2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+3} \end{aligned}$$

Vježba 062

Pojednostavnite: $\frac{(2x+1)^2 - 8x}{4x^2 - 1}$.

Rezultat: $\frac{2x-1}{2x+1}$.

Zadatak 063 (1A, hotelijerska škola)

Ako je: $\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{11}{10}$ i $\frac{b}{c} = \frac{5}{2}$, odredi razlomak $\frac{a}{c}$.

Rješenje 063

Budući da je $\frac{b}{c} = \frac{5}{2}$, slijedi $b = \frac{5}{2} \cdot c$, pa nakon zamjene u jednakost $\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{11}{10}$, dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{11}{10} \\ b = \frac{5}{2} \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{\frac{5}{2} \cdot c} + \frac{a}{c} = \frac{11}{10} \Rightarrow \frac{2a}{5c} + \frac{a}{c} = \frac{11}{10} \Rightarrow \frac{2a+5a}{5c} = \frac{11}{10} \Rightarrow \frac{7a}{5c} = \frac{11}{10} \cdot \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{11}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{11}{14}$$

Vježba 063

Ako je: $\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{11}{10}$ i $\frac{b}{c} = \frac{5}{2}$, odredi razlomak $\frac{a}{b}$.

Rezultat: $\frac{a}{b} = \frac{11}{35}$.

Zadatak 064 (1A, hotelijerska škola)

Koji je veći od ova dva razlomka: $\frac{10^{2005} + 1}{10^{2006} + 1}$ ili $\frac{10^{2006} + 1}{10^{2007} + 1}$?

Rješenje 064

Označimo $10^{2005} = n$. Tada je:

$$10^{2006} = 10 \cdot 10^{2005} = 10n, \quad 10^{2007} = 10^2 \cdot 10^{2005} = 100 \cdot 10^{2005} = 100n.$$

Dane razlomke možemo pisati u sljedećem obliku:

$$\frac{n+1}{10n+1} \text{ i } \frac{10n+1}{100n+1}.$$

Promotrimo sada razliku ta dva razlomka:

$$\begin{aligned} \frac{n+1}{10n+1} - \frac{10n+1}{100n+1} &= \frac{(n+1) \cdot (100n+1) - (10n+1)^2}{(10n+1) \cdot (100n+1)} = \frac{100n^2 + n + 100n + 1 - (100n^2 + 20n + 1)}{(10n+1) \cdot (100n+1)} = \\ &= \frac{100n^2 + n + 100n + 1 - 100n^2 - 20n - 1}{(10n+1) \cdot (100n+1)} = \frac{81n}{(10n+1) \cdot (100n+1)}. \end{aligned}$$

Kako je dobivena razlika pozitivna, [$a - b > 0 \Rightarrow a > b$], slijedi da je prvi razlomak veći od drugoga, odnosno

$$\frac{10^{2005} + 1}{10^{2006} + 1} > \frac{10^{2006} + 1}{10^{2007} + 1}.$$

Vježba 064

Koji je veći od ova dva razlomka: $\frac{10^4 + 1}{10^5 + 1}$ ili $\frac{10^5 + 1}{10^6 + 1}$?

Rezultat: $\frac{10^4 + 1}{10^5 + 1} > \frac{10^5 + 1}{10^6 + 1}.$

Zadatak 065 (1A, hotelijerska škola)

Za koju vrijednost broja x je vrijednost razlomka $\frac{x^2}{x^3}$ najmanja?

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2 E. -3

Rješenje 065

$\frac{x^2}{x^3} = [\text{skratimo razlomak, } x \neq 0] = \frac{1}{x}$. Sada je: $\frac{1}{-1} < \frac{1}{-2} < \frac{1}{-3} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1}$. Za $x = -1$ bit će vrijednost razlomka najmanja.

Vježba 065

Za koju vrijednost broja x je vrijednost razlomka $\frac{x^2}{x^3}$ najveća?

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2 E. -3

Rezultat: $x = 1$.

Zadatak 066 (1A, hotelijerska škola)

Reducirajte izraz: $\frac{x \cdot (1+x^{-1})^{-1} - (1+x)^{-1} + 1}{x \cdot (1-x^{-1})^{-1} + (1-x)^{-1} - x}$.

Rješenje 066

$$\frac{x \cdot (1+x^{-1})^{-1} - (1+x)^{-1} + 1}{x \cdot (1-x^{-1})^{-1} + (1-x)^{-1} - x} = \frac{x \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-1} - \frac{1}{1+x} + 1}{x \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{-1} + \frac{1}{1-x} - x} = \frac{x \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right)^{-1} - \frac{1}{1+x} + 1}{x \cdot \left(\frac{x-1}{x}\right)^{-1} + \frac{1}{1-x} - x} = \frac{x \cdot \frac{x}{x+1} - \frac{1}{1+x} + 1}{x \cdot \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} - x} =$$
$$= \frac{\frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1} + 1}{\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} - x} = \frac{\frac{x^2 - 1 + x + 1}{x+1}}{\frac{x^2 - 1 - x \cdot (x-1)}{x-1}} = \frac{\frac{x^2 - 1 + x + 1}{x+1}}{\frac{x^2 - 1 - x^2 + x}{x-1}} = \frac{\frac{x^2 + x}{x+1}}{\frac{x-1}{x-1}} = \frac{x \cdot (x+1)}{x+1} = \frac{x}{1} = x.$$

Vježba 066

Reducirajte izraz: $(1+x^{-1}) : x^{-1}$.

Rezultat: $x + 1$.

Zadatak 067 (Andrijana, gimnazija)

Ako je $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, koliko je $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$?

Rješenje 067

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = a \cdot c \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b^2 = a \cdot c \\ \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a^2 + a \cdot c}{a \cdot c + c^2} = \frac{a \cdot \overbrace{(a+c)}^1}{c \cdot \underbrace{(a+c)}_1} = \frac{a}{c}.$$

Vježba 067

Ako je $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, koliko je $\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}$?

Rezultat: $\frac{a}{c}$.

Zadatak 068 (Anamarija, hotelijerska škola)

Skraćivanjem izraza $\frac{4a^2 - 9}{4a + 6}$ dobivamo:

A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{2a-3}{2}$ C. $\frac{2a+3}{2}$ D. $2a+1$ E. $2a-1$

Rješenje 068

1. inačica

$$\frac{4a^2 - 9}{4a + 6} = \left[\begin{array}{l} \text{razlika kvadrata} \\ \text{izlučimo broj 2} \end{array} \right] = \frac{(2a-3) \cdot \overbrace{(2a+3)}^1}{2 \cdot \underbrace{(2a+3)}_1} = \frac{2a-3}{2}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Broj a je realan broj. Pretpostavimo da je a = 0. Tada je:

$$\frac{4a^2 - 9}{4a + 6} = \frac{4 \cdot 0^2 - 9}{4 \cdot 0 + 6} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}.$$

Budući da je od 5 ponuđenih odgovora točan samo jedan, lako nađemo rješenje:

$$A. \frac{3a}{2} = \frac{3 \cdot 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$B. \frac{2a-3}{2} = \frac{2 \cdot 0 - 3}{2} = -\frac{3}{2}. \text{ (to je rješenje)}$$

Ostale odgovore ne moramo provjeravati. Odgovor je pod B.

Vježba 068

Skraćivanjem izraza $\frac{4a^2-1}{2a-1}$ dobivamo:

$$A. \frac{3a}{2}$$

$$B. \frac{2a-3}{2}$$

$$C. \frac{2a+3}{2}$$

$$D. 2a+1$$

$$E. 2a-1$$

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 069 (Anamarija, hotelijerska škola)

Skraćivanjem izraza $\frac{4-(a-5)^2}{14-2a}$ dobivamo:

$$A. \frac{a-4}{2}$$

$$B. \frac{a+3}{2}$$

$$C. \frac{3-a}{2}$$

$$D. \frac{a-3}{2}$$

$$E. \frac{2a+1}{7}$$

Rješenje 069

1. inačica

$$\frac{4-(a-5)^2}{14-2a} = \left[\frac{\text{razlika kvadrata}}{\text{izlučimo broj 2}} \right] = \frac{(2-a+5) \cdot (2+a-5)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{\overbrace{(7-a)}^1 \cdot (a-3)}{\underbrace{2 \cdot (7-a)}_1} = \frac{a-3}{2}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Broj a je realan broj. Pretpostavimo da je a = 5. Tada je:

$$\frac{4-(a-5)^2}{14-2a} = \frac{4-(5-5)^2}{14-2 \cdot 5} = \frac{4-0}{14-10} = \frac{4}{4} = 1.$$

Budući da je od 5 ponuđenih odgovora točan samo jedan, lako nađemo rješenje:

$$A. \frac{a-4}{2} = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$$

$$B. \frac{a+3}{2} = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$C. \frac{3-a}{2} = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$D. \frac{a-3}{2} = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (to je rješenje)}$$

Dalje ne moramo provjeravati. Odgovor je pod D.

Vježba 069

Skraćivanjem izraza $\frac{4-(a-5)^2}{21-3a}$ dobivamo:

$$A. \frac{a-4}{3}$$

$$B. \frac{a-3}{3}$$

$$C. \frac{3-a}{3}$$

$$D. \frac{a+3}{3}$$

$$E. \frac{3a-2}{7}$$

Rezultat: Odgovor je pod B.

Zadatak 070 (Andrijana, gimnazija)

$\frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \left(\frac{1}{a^2-a} - \frac{a-3}{1-a^2} \right)$ jednako je:

$$A. a-1$$

$$B. a+1$$

$$C. \frac{(a+1)^2}{a-1}$$

$$D. \frac{a+1}{(a-1)^2}$$

$$E. 1$$

Rješenje 070

1. inačica

$$\begin{aligned} \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \left(\frac{1}{a^2-a} - \frac{a-3}{1-a^2} \right) &= \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \left(\frac{1}{a \cdot (a-1)} - \frac{a-3}{-(a^2-1)} \right) = \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \left(\frac{1}{a \cdot (a-1)} + \frac{a-3}{a^2-1} \right) = \\ &= \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \left(\frac{1}{a \cdot (a-1)} + \frac{a-3}{(a-1) \cdot (a+1)} \right) = \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \frac{a+1+a \cdot (a-3)}{a \cdot (a-1) \cdot (a+1)} = \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \frac{a+1+a^2-3a}{a \cdot (a-1) \cdot (a+1)} = \\ &= \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \frac{a^2-2a+1}{a \cdot (a-1) \cdot (a+1)} = \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \frac{(a-1)^2}{a \cdot (a-1) \cdot (a+1)} = \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{a}} \cdot \overset{1}{\cancel{(a-1)}} \cdot (a+1)}{\underbrace{(a-1)^2}_{a-1}} = \\ &= \frac{a^2+3}{a-1} - 2 \cdot \frac{a+1}{a-1} = \frac{a^2+3-2 \cdot (a+1)}{a-1} = \frac{a^2+3-2a-2}{a-1} = \frac{a^2-2a+1}{a-1} = \frac{(a-1)^2}{a-1} = a-1. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Broj a je realan broj. Pretpostavimo da je a = 2. Tada je:

$$\begin{aligned} \frac{a^2+3}{a-1} - \frac{2}{a} : \left(\frac{1}{a^2-a} - \frac{a-3}{1-a^2} \right) &= \frac{2^2+3}{2-1} - \frac{2}{2} : \left(\frac{1}{2^2-2} - \frac{2-3}{1-2^2} \right) = \frac{4+3}{1} - 1 : \left(\frac{1}{4-2} - \frac{-1}{1-4} \right) = \\ &= \frac{7}{1} - 1 : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{-3} \right) = 7 - 1 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 7 - 1 : \frac{3-2}{6} = 7 - 1 : \frac{1}{6} = 7 - 1 \cdot 6 = 7 - 6 = 1. \end{aligned}$$

Budući da je od 5 ponuđenih odgovora točan samo jedan, lako nađemo rješenje:

$$\text{A. } a-1=2-1=1 \text{ (to je rješenje)}$$

Dalje ne moramo provjeravati. Odgovor je pod A.

Vježba 070

$$\text{Pojednostavnite: } \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) : \frac{a+b}{b}.$$

$$\text{Rezultat: } \frac{1}{a}.$$

Zadatak 071 (Anamarija, hotelijerska škola)

$$\text{Izračunajte vrijednost izraza: } -x^{-x^{-x}} \cdot \left(\frac{x^{-x^x} + x^{x^{-x}}}{x^{-x^{-x}} + x^{x^x}} \right) \text{ za } x > 0.$$

Rješenje 071

Uvedemo supstituciju $x^x = a$. Tada je: $-x^x = -a$, $x^{-x} = a^{-1} = \frac{1}{a}$, $-x^{-x} = -a^{-1} = \frac{-1}{a}$.

Vrijednost izraza je:

$$\begin{aligned} -x^{-x^{-x}} \cdot \left(\frac{x^{-x^x} + x^{x^{-x}}}{x^{-x^{-x}} + x^{x^x}} \right) &= -x^{\frac{-1}{a}} \cdot \left(\frac{x^{-a} + x^{\frac{1}{a}}}{x^{\frac{-1}{a}} + x^a} \right) = -x^{\frac{-1}{a}} \cdot \left(\frac{\frac{1}{x^a} + x^{\frac{1}{a}}}{\frac{1}{x^a} + x^a} \right) = -x^{\frac{-1}{a}} \cdot \frac{\overset{1}{1+x^a} \cdot \overset{1}{x^{\frac{1}{a}}}}{\overset{1}{1+x^a} \cdot \overset{1}{x^a}} = \\ &= -x^{\frac{-1}{a}} \cdot \frac{1}{x^a} \end{aligned}$$

$$= -x^{\frac{-1}{a}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{a}}}{x^a} = -x^{\frac{-1}{a} \cdot \frac{1}{a}} = -x^{\frac{-1}{a^2}} = -x^{-a} = -x^{-x^x}.$$

Vježba 071

Izračunajte vrijednost izraza: $x^{-x} \cdot \left(\frac{x^x + x^{2x}}{1 + x^{-x}} \right)$ za $x > 0$.

Rezultat: 1.

Zadatak 072 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koliko je $a^8 + \frac{1}{a^8}$ ako je $a = 1 + \sqrt{2}$?

Rješenje 072

Prvo odredimo $a + \frac{1}{a}$:

$$a + \frac{1}{a} = 1 + \sqrt{2} + \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = 1 + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = 1 + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}.$$

racionalizacija nazivnika

Sada kvadriramo $[(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$:

$$a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{2} \quad /^2 \Rightarrow a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 8 \Rightarrow a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 8 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 6.$$

Ponovno kvadriramo:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 6 \quad /^2 \Rightarrow a^4 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^4} = 36 \Rightarrow a^4 + 2 + \frac{1}{a^4} = 36 \Rightarrow a^4 + \frac{1}{a^4} = 34.$$

Iznovice kvadriramo:

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = 34 \quad /^2 \Rightarrow a^8 + 2 \cdot a^4 \cdot \frac{1}{a^4} + \frac{1}{a^8} = 1156 \Rightarrow a^8 + 2 + \frac{1}{a^8} = 1156 \Rightarrow a^8 + \frac{1}{a^8} = 1154.$$

Vježba 072

Koliko je $a^4 + \frac{1}{a^4}$ ako je $a = 1 + \sqrt{2}$?

Rezultat: 34.

Zadatak 073 (Anamarija, hotelijerska škola)

Dokaži da ako je $a + b + c = 0$, tada vrijedi $a \cdot (a + c) = b \cdot (b + c)$.

Rješenje 073

$$a + b + c = 0 \Rightarrow a + c = -b \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{lijeva strana identiteta} \\ a \cdot (a + c) = a \cdot (-b) = -a \cdot b \end{array} \right],$$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -a \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{desna strana identiteta} \\ b \cdot (b + c) = b \cdot (-a) = -a \cdot b \end{array} \right].$$

Očito je da su lijeva i desna strana jednake, te vrijedi dana jednakost.

Vježba 073

Dokaži da ako je $a - b - c = 0$, tada vrijedi $c \cdot (a - c) = b \cdot (a - b)$.

Rezultat: Točno je.

Zadatak 074 (Boja, ekonomska škola)

Pojednostavnite: $\left(\frac{1}{a} - \frac{a}{a^2 - 4}\right) : \frac{4}{a^3 - 4a}$.

Rješenje 074

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{a}{a^2 - 4}\right) : \frac{4}{a^3 - 4a} = \frac{a^2 - 4 - a^2}{a \cdot (a^2 - 4)} \cdot \frac{a^3 - 4a}{4} = \frac{-4}{a \cdot (a^2 - 4)} \cdot \frac{a \cdot (a^2 - 4)}{4} = \frac{-4}{4} = -1.$$

Vježba 074

Pojednostavnite: $\left(\frac{1}{a} - \frac{a}{a^2 + 2}\right) : \frac{2}{a^3 + 2a}$.

Rezultat: 1.**Zadatak 075 (Biba, ekonomska škola)**

Izračunajte: $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}}$.

Rješenje 075

$$\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} = \frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}-1}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1) \cdot (\sqrt{5}-1)}}{\sqrt{(\sqrt{5}+1) \cdot (\sqrt{5}-1)}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5-1}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Vježba 075

Izračunajte: $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+1}}{\sqrt{\sqrt{5}-1}}$.

Rezultat: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.**Zadatak 076 (Robert, tehnička škola)**Ako je $a = 3^{40}$, $b = 4^{30}$, $c = 2^{70}$ tada je $b < a < c$. Dokažite!**Rješenje 076**

$$\left. \begin{aligned} a &= 3^{40} = (3^4)^{10} = 81^{10} \\ b &= 4^{30} = (4^3)^{10} = 64^{10} \\ c &= 2^{70} = (2^7)^{10} = 128^{10} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 64^{10} < 81^{10} < 128^{10} \Rightarrow b < a < c.$$

Vježba 076Ako je $a = 3^{30}$, $b = 4^{20}$, $c = 2^{50}$ tada je $b < a < c$. Dokažite!**Rezultat:** Točno je.**Zadatak 077 (Robert, tehnička škola)**

Izračunaj: $\left[9^{-0.25} + (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}\right] \cdot \left[9^{-0.25} - (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}\right]$.

Rješenje 077

$$\left[9^{-0.25} + (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}\right] \cdot \left[9^{-0.25} - (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}\right] = \left[\begin{array}{l} \text{razlika kvadrata} \\ (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2 \end{array} \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= (9^{-0.25})^2 - \left((2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}} \right)^2 = 9^{-0.5} - (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} = (3^2)^{-0.5} - \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{4}{3}} = (3^2)^{-0.5} - \left(2^{\frac{3}{2}} \right)^{-\frac{4}{3}} = \\
&= 3^{-1} - 2^{-2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.
\end{aligned}$$

Vježba 077

Izračunaj: $\left[4^{-0.25} + (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}} \right] \cdot \left[4^{-0.25} - (2 \cdot \sqrt{2})^{-\frac{2}{3}} \right]$.

Rezultat: $\frac{1}{4}$.

Zadatak 078 (Sanja, Ivana, ekonomska škola)

Pojednostavnite razlomak: $\frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2^n}{6 \cdot 2^{n-1} + 2^{n+1}}$.

Rješenje 078

1. inačica

$$\frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2^n}{6 \cdot 2^{n-1} + 2^{n+1}} = \frac{3 \cdot 2^n \cdot 2^1 - 2^n}{6 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} + 2^n \cdot 2^1} = \frac{2^n \cdot (3 \cdot 2 - 1)}{2^n \cdot (6 \cdot 2^{-1} + 2)} = \frac{6 - 1}{6 \cdot \frac{1}{2} + 2} = \frac{5}{3 + 2} = \frac{5}{5} = 1.$$

2. inačica

$$\frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2^n}{6 \cdot 2^{n-1} + 2^{n+1}} = \frac{2^{n-1} \cdot (3 \cdot 2^2 - 2^1)}{2^{n-1} \cdot (6 + 2^2)} = \frac{3 \cdot 4 - 2}{6 + 4} = \frac{10}{10} = 1.$$

Vježba 078

Pojednostavnite razlomak: $\frac{2^{n+1} - 2^n}{2^{n-1} + 2^n}$.

Rezultat: $\frac{2}{3}$.

Zadatak 079 (Mirko, tehnička škola)

Izračunaj: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2} \cdot (a^{-1} + b^{-1}) + \frac{2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$.

Rješenje 079

Riješimo se negativnih eksponenata $\left[a^{-n} = \frac{1}{a^n} \right]$ i dobivamo:

$$\begin{aligned}
&(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2} \cdot (a^{-1} + b^{-1}) + \frac{2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right) = \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3} \cdot \frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} = \\
&= \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} \cdot \frac{b+a}{a \cdot b} + \frac{2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} = \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} \cdot \frac{a+b}{a \cdot b} + \frac{2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a \cdot b}} = \\
&= \frac{a+b}{a \cdot b \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} + \frac{2}{\sqrt{a \cdot b} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = \left[a \cdot b = (\sqrt{a \cdot b})^2 \right] = \frac{a+b+2 \cdot \sqrt{a \cdot b}}{a \cdot b \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{a \cdot b \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = \frac{1}{a \cdot b}.
\end{aligned}$$

Vježba 079Izračunaj: $(a^{-1} + b^{-1}) \cdot (a + b)^{-1}$.**Rezultat:** $\frac{1}{a \cdot b}$.**Zadatak 080 (Mira, gimnazija)**Racionaliziraj: $\frac{1}{\sqrt[6]{x}-1}$.**Rješenje 080**

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[6]{x}-1} &= \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}-1}} = \left[\frac{1}{\sqrt{a-1}} = \frac{1}{\sqrt{a-1}} \cdot \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a+1}} = \frac{\sqrt{a+1}}{a-1} \right] = \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}-1}} \cdot \frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}+1}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}+1}} = \frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-1} = \\ &= \frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{1}} = \left[\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}} = \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}}{a-b} \right] = \\ &= \frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{1}} = \frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{1}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x \cdot 1} + \sqrt[3]{1^2}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x \cdot 1} + \sqrt[3]{1^2}} = \frac{(\sqrt[6]{x}+1) \cdot (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x})^3 - (\sqrt[3]{1})^3} = \frac{(\sqrt[6]{x}+1) \cdot (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{x-1}. \end{aligned}$$

Vježba 080Racionaliziraj: $\frac{1}{\sqrt[6]{3}-1}$.**Rezultat:** $\frac{(\sqrt[6]{3}+1) \cdot (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)}{2}$.