**Zadatak 501 (Ivana, gimnazija)**

Sredimo li izraz $S=(x-y)^3+(x+y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y)^2\cdot(x-y)$, dobit ćemo:

$A.\ 8\cdot x^3 \qquad B.\ 8\cdot y^3 \qquad C.\ 8\cdot x^2\cdot y \qquad D.\ 8\cdot x\cdot y^2$

**Rješenje 501**

Ponovimo!

$$(a-b)^3=a^3-3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2-b^3 \quad , \quad (a+b)^3=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3.$$

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$S=(x-y)^3+(x+y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y)^2\cdot(x-y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=x^3-3\cdot x^2\cdot y+3\cdot x\cdot y^2-y^3+x^3+3\cdot x^2\cdot y+3\cdot x\cdot y^2+y^3+$$

$$+3\cdot\left(x^2-2\cdot x\cdot y+y^2\right)\cdot(x+y)+3\cdot\left(x^2+2\cdot x\cdot y+y^2\right)\cdot(x-y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=x^3-3\cdot x^2\cdot y+3\cdot x\cdot y^2-y^3+x^3+3\cdot x^2\cdot y+3\cdot x\cdot y^2+y^3+$$

$$+3\cdot\left(x^3+x^2\cdot y-2\cdot x^2\cdot y-2\cdot x\cdot y^2+x\cdot y^2+y^3\right)+3\cdot\left(x^3-x^2\cdot y+2\cdot x^2\cdot y-2\cdot x\cdot y^2+x\cdot y^2-y^3\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=x^3+3\cdot x\cdot y^2+x^3+3\cdot x\cdot y^2+$$

$$+3\cdot\left(x^3-x^2\cdot y-x\cdot y^2+y^3\right)+3\cdot\left(x^3+x^2\cdot y-x\cdot y^2-y^3\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=x^3+3\cdot x\cdot y^2+x^3+3\cdot x\cdot y^2+$$

$$+3\cdot x^3-3\cdot x^2\cdot y-3\cdot x\cdot y^2+3\cdot y^3+3\cdot x^3+3\cdot x^2\cdot y-3\cdot x\cdot y^2-3\cdot y^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=x^3+3\cdot x\cdot y^2+x^3+3\cdot x\cdot y^2+$$

$$+3\cdot x^3-3\cdot x^2\cdot y-3\cdot x\cdot y^2+3\cdot y^3+3\cdot x^3+3\cdot x^2\cdot y-3\cdot x\cdot y^2-3\cdot y^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=x^3+x^3+3\cdot x^3+3\cdot x^3 \Rightarrow S=8\cdot x^3.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

Zbog jednostavnosti uvedemo zamjene (supstitucije):

$$a=x-y \ , \ b=x+y.$$

$$S=(x-y)^3+(x+y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y)^2\cdot(x-y) \Rightarrow \begin{bmatrix} a=x-y \\ b=x+y \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=a^3+b^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot b^2\cdot a \Rightarrow S=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ S=(a+b)^3\ \Rightarrow\ \begin{bmatrix} a=x-y \\ b=x+y \end{bmatrix}\Rightarrow\ S=(x-y+x+y)^3\ \Rightarrow\ S=(x-y+x+y)^3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ S=(2\cdot x)^3\ \Rightarrow\ S=2^3\cdot x^3\ \Rightarrow\ S=8\cdot x^3.$$

Odgovor je pod A.

3.inačica

Zadani izraz preoblikujemo kako bismo odmah prepoznali formulu za kub zbroja.

$$S=(x-y)^3+(x+y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y)^2\cdot(x-y)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ S=(x-y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x-y)\cdot(x+y)^2+(x+y)^3\ \Rightarrow\ S=((x-y)+(x+y))^3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ S=(x-y+x+y)^3\ \Rightarrow\ S=(x-y+x+y)^3\ \Rightarrow\ S=(2\cdot x)^3\ \Rightarrow\ S=2^3\cdot x^3\ \Rightarrow\ S=8\cdot x^3.$$

Odgovor je pod A.

**Vježba 501**

Sredimo li izraz $S=(x-1)^3+(x+1)^3+3\cdot(x-1)^2\cdot(x+1)+3\cdot(x+1)^2\cdot(x-1)$, dobit ćemo:

$$A.\ 8\cdot x^3 \qquad B.\ 8 \qquad C.\ 8\cdot x^2 \qquad D.\ 8\cdot x$$

**Rezultat:** A.

**Zadatak 502 (Matija, ekonomska škola)**

Prikaži izraz $\frac{2\cdot x^2+2\cdot x-40}{x^2-25}-2$ kao jedan razlomak koji je potpuno skraćen.

**Rješenje 502**

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\frac{2\cdot x^2+2\cdot x-40}{x^2-25}-2=\frac{2\cdot x^2+2\cdot x-40}{x^2-25}-\frac{2}{1}=\frac{2\cdot x^2+2\cdot x-40-2\cdot\left(x^2-25\right)}{x^2-25}=$$

$$=\frac{2\cdot x^2+2\cdot x-40-2\cdot x^2+50}{x^2-25}=\frac{2\cdot x^2+2\cdot x-40-2\cdot x^2+50}{x^2-25}=\frac{2\cdot x+10}{x^2-25}=$$

$$=\frac{2\cdot(x+5)}{(x-5)\cdot(x+5)}=\frac{2\cdot(x+5)}{(x-5)\cdot(x+5)}=\frac{2}{x-5}.$$

**Vježba 502**

Prikaži izraz $\frac{2 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 40}{x^2 - 25} - \frac{2 \cdot x - 2}{x - 1}$ kao jedan razlomak koji je potpuno skraćen.

**Rezultat:** $\frac{2}{x-5}$.

**Zadatak 503 (Zvonimir, srednja škola)**

Ako je $\frac{1}{a \cdot (b+1)} + \frac{1}{b \cdot (a+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)}$, koliko je $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?

**Rješenje 503**

Ponovimo!

$$\frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1.inačica

$$\frac{1}{a \cdot (b+1)} + \frac{1}{b \cdot (a+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)} \Rightarrow \frac{1}{a \cdot (b+1)} + \frac{1}{b \cdot (a+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)} \; / \cdot (a+1) \cdot (b+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{a}{a} + \frac{1}{a} + \frac{b}{b} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{a}{a} + \frac{1}{a} + \frac{b}{b} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -1.$$

2.inačica

$$\frac{1}{a \cdot (b+1)} + \frac{1}{b \cdot (a+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)} \Rightarrow \frac{b \cdot (a+1) + a \cdot (b+1)}{a \cdot b \cdot (a+1) \cdot (b+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot b + b + a \cdot b + a}{a \cdot b \cdot (a+1) \cdot (b+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot b + b + a \cdot b + a}{a \cdot b \cdot (a+1) \cdot (b+1)} = \frac{1}{(a+1) \cdot (b+1)} \; / \cdot (a+1) \cdot (b+1) \Rightarrow \frac{a \cdot b + b + a \cdot b + a}{a \cdot b} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot b}{a \cdot b} + \frac{b}{a \cdot b} + \frac{a \cdot b}{a \cdot b} + \frac{a}{a \cdot b} = 1 \Rightarrow \frac{a \cdot b}{a \cdot b} + \frac{b}{a \cdot b} + \frac{a \cdot b}{a \cdot b} + \frac{a}{a \cdot b} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -1.$$

**Vježba 503**

Ako je $\frac{b}{b+1} + \frac{a}{a+1} = \frac{a \cdot b}{(a+1) \cdot (b+1)}$, koliko je $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?

**Rezultat:** – 1.

**Zadatak 504 (Iva, hotelijerska škola)**

Skrati razlomak $\frac{(2\cdot a+1)^2-8\cdot a}{1-4\cdot a^2}$.

**Rješenje 504**

Ponovimo!

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b).$$

$$(a-b)^2=(b-a)^2.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \quad , \quad n\neq 0 \quad , \quad n\neq 1.$$

$$\frac{(2\cdot a+1)^2-8\cdot a}{1-4\cdot a^2}=\frac{4\cdot a^2+4\cdot a+1-8\cdot a}{1-4\cdot a^2}=\frac{4\cdot a^2-4\cdot a+1}{1-4\cdot a^2}=\frac{(2\cdot a-1)^2}{1-4\cdot a^2}=$$

$$=\frac{(1-2\cdot a)^2}{1-4\cdot a^2}=\frac{(1-2\cdot a)^2}{(1-2\cdot a)\cdot(1+2\cdot a)}=\frac{(1-2\cdot a)^2}{(1-2\cdot a)\cdot(1+2\cdot a)}=\frac{1-2\cdot a}{1+2\cdot a}.$$

**Vježba 504**

Skrati razlomak $\frac{8\cdot a-(2\cdot a+1)^2}{4\cdot a^2-1}$.

**Rezultat:** $\frac{1-2\cdot a}{1+2\cdot a}$.



**Zadatak 505 (Avon, gimnazija)**

Što je rezultat sređivanja izraza $\left(\frac{2}{a-1}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^{-3}+3\cdot\left(a-\sqrt{a}\right)$, za sve a za koje je izraz definiran?

$A.\ a\cdot\sqrt{a}-1 \qquad B.\ \sqrt{a}-a \qquad C.\ a\cdot\sqrt{a} \qquad D.\ 2\cdot\sqrt{a}$

**Rješenje 505**

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

$$(a-b)^3=a^3-3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2-b^3 \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n} \quad , \quad a^1=a.$$

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad \sqrt{a^2}=a \ , \ a\geq 0 \quad , \quad \frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \quad , \quad n\neq 0 \quad , \quad n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\left(\frac{2}{a-1}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^{-3}+3\cdot\left(a-\sqrt{a}\right)=\left(\frac{2}{\left(\sqrt{a}\right)^{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{2}{\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\frac{2+\sqrt{a}-1}{\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\sqrt{a}-1\right)^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\sqrt{a}\right)^{3}-3\cdot\left(\sqrt{a}\right)^{2}\cdot 1+3\cdot\sqrt{a}\cdot 1^{2}-1^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\sqrt{a^{3}}-3\cdot a+3\cdot\sqrt{a}-1+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\sqrt{a^{3}}-3\cdot a+3\cdot\sqrt{a}-1+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\sqrt{a^{3}}-1=\sqrt{a^{2}\cdot a}-1=\sqrt{a^{2}}\cdot\sqrt{a}-1=a\cdot\sqrt{a}-1.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

$$\left(\frac{2}{a-1}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^{-3}+3\cdot\left(a-\sqrt{a}\right)=\left(\frac{2}{a-1}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\cdot\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{2}{a-1}+\frac{\sqrt{a}-1}{\left(\sqrt{a}\right)^{2}-1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\frac{2}{a-1}+\frac{\sqrt{a}-1}{a-1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{2+\sqrt{a}-1}{a-1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{a-1}\right)^{-3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\frac{a-1}{\sqrt{a}+1}\right)^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{\left(\sqrt{a}\right)^{2}-1}{\sqrt{a}+1}\right)^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}+1}\right)^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}+1}\right)^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\left(\sqrt{a}-1\right)^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\left(\sqrt{a}\right)^{3}-3\cdot\left(\sqrt{a}\right)^{2}\cdot 1+3\cdot\sqrt{a}\cdot 1^{2}-1^{3}+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\sqrt{a^{3}}-3\cdot a+3\cdot\sqrt{a}-1+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=\sqrt{a^{3}}-3\cdot a+3\cdot\sqrt{a}-1+3\cdot a-3\cdot\sqrt{a}=$$

$$=\sqrt{a^3}-1=\sqrt{a^2\cdot a}-1=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{a}-1=a\cdot\sqrt{a}-1.$$

Odgovor je pod A.

**Vježba 505**

Što je rezultat sređivanja izraza $\left(\frac{2}{a-1}+\frac{1}{\sqrt{a}+1}\right)^{-3}-3\cdot\left(\sqrt{a}-a\right),$ za sve a za koje je izraz definiran?

$$A.\ a\cdot\sqrt{a}-1 \qquad B.\ \sqrt{a}-a \qquad C.\ a\cdot\sqrt{a} \qquad D.\ 2\cdot\sqrt{a}$$

**Rezultat:** A.

**Zadatak 506 (Viki, ekonomska škola)**

Vrijednost izraza $\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}$ je jednaka:

$$A.\ 1 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ \sqrt{5} \qquad D.\ \sqrt{5}-1$$

**Rješenje 506**

Ponovimo!

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b).$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}=\sqrt{\left(\left(\sqrt{5}\right)^2+2\cdot\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}=$$

$$=\sqrt{\left(5+2\cdot\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}=\sqrt{\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}=\sqrt{3^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{9-5}=\sqrt{4}=2.$$



Odgovor je pod B.

**Vježba 506**

Vrijednost izraza $\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)\cdot\left(\sqrt{5}+3\right)\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)}$ je jednaka:

$$A.\ 1 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ \sqrt{5} \qquad D.\ \sqrt{5}-1$$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 507 (Sanja, gimnazija)**

Pojednostavni $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}.$

**Rješenje 507**

Ponovimo!

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad n=\frac{n}{1}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+2+2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{4}+\sqrt{4}}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{4}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{8}+\sqrt{4}\right)}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{2\cdot 2}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{3\cdot 2}+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{4\cdot 2}+\sqrt{4}\right)}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{4}\right)}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{4}\right)}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)+\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)+\sqrt{4}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)+\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)+\sqrt{4}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\left[\begin{array}{l}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{array}\right]=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}+1}\cdot\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1}=\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}=\frac{\sqrt{2}-1}{1}=\sqrt{2}-1.$$

**Vježba 507**

Pojednostavni $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\sqrt{6}}$.

**Rezultat:** $\sqrt{2}-1.$

**Zadatak 508 (Branka, ekonomska škola)**

Skratite razlomak $\dfrac{2\cdot a^2-a\cdot b+2\cdot a-b}{4\cdot a^2-b^2}$.

**Rješenje 508**

Ponovimo!

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad a^1=a\quad,\quad \left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}\quad,\quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\frac{2\cdot a^2-a\cdot b+2\cdot a-b}{4\cdot a^2-b^2}=\frac{\left(2\cdot a^2-a\cdot b\right)+(2\cdot a-b)}{(2\cdot a)^2-b^2}=\frac{a\cdot(2\cdot a-b)+(2\cdot a-b)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=$$

$$=\frac{a\cdot(2\cdot a-b)+(2\cdot a-b)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=\frac{(2\cdot a-b)\cdot(a+1)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=\frac{(2\cdot a-b)\cdot(a+1)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=\frac{a+1}{2\cdot a+b}.$$

2.inačica

$$\frac{2\cdot a^2-a\cdot b+2\cdot a-b}{4\cdot a^2-b^2}=\frac{\left(2\cdot a^2+2\cdot a\right)+\left(-a\cdot b-b\right)}{\left(2\cdot a\right)^2-b^2}=\frac{2\cdot a\cdot(a+1)-b\cdot(a+1)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=$$

$$=\frac{2\cdot a\cdot(a+1)-b\cdot(a+1)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=\frac{(a+1)\cdot(2\cdot a-b)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=\frac{(a+1)\cdot(2\cdot a-b)}{(2\cdot a-b)\cdot(2\cdot a+b)}=\frac{a+1}{2\cdot a+b}.$$

**Vježba 508**

Skratite razlomak $\frac{a\cdot b+b-2\cdot a^2-2\cdot a}{b^2-4\cdot a^2}$.

**Rezultat:** $\frac{a+1}{2\cdot a+b}$.

**Zadatak 509 (Ana, hotelijerska škola)**

Koji je **brojnik** do kraja pojednostavljenoga i skraćenoga algebarskog izraza

$$\frac{1}{2\cdot x-1}\cdot\frac{x-2\cdot x^2}{x^2}+\frac{3}{x-3}?$$

$A.\ x-1 \qquad B.\ -2 \qquad C.\ 2\cdot x+3 \qquad D.\ 4\cdot x-3$

**Rješenje 509**

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{1}{2\cdot x-1}\cdot\frac{x-2\cdot x^2}{x^2}+\frac{3}{x-3}=\frac{1}{2\cdot x-1}\cdot\frac{-x\cdot(2\cdot x-1)}{x^2}+\frac{3}{x-3}=\frac{1}{2\cdot x-1}\cdot\frac{-x\cdot(2\cdot x-1)}{x^2}+\frac{3}{x-3}=$$

$$=\frac{1}{1}\cdot\frac{-1\cdot 1}{x}+\frac{3}{x-3}=\frac{-1}{x}+\frac{3}{x-3}=\frac{-1\cdot(x-3)+3\cdot x}{x\cdot(x-3)}=\frac{-x+3+3\cdot x}{x\cdot(x-3)}=\frac{2\cdot x+3}{x\cdot(x-3)}=\frac{2\cdot x+3}{x\cdot(x-3)}.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 509**

Koji je **brojnik** do kraja pojednostavljenoga i skraćenoga algebarskog izraza

$$\frac{1}{1-2\cdot x}\cdot\frac{x-2\cdot x^2}{x^2}+\frac{3}{x-3}?$$

$A.\ x-1 \qquad B.\ -2 \qquad C.\ 2\cdot x+3 \qquad D.\ 4\cdot x-3$

**Rezultat:** D.

**Zadatak 510 (Maturant, jezična gimnazija)**

Ako je $(4\cdot x-3)\cdot(2\cdot x-1)=5,$ koliko je $(x-1)\cdot(4\cdot x-1)$?

$A.\ 1.5 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ 2.5 \qquad D.\ 3$

**Rješenje 510**

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m}.$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

1.inačica

Preoblikujemo zadanu jednadžbu.

$$(4\cdot x-3)\cdot(2\cdot x-1)=5 \Rightarrow 8\cdot x^2-4\cdot x-6\cdot x+3=5 \Rightarrow 8\cdot x^2-10\cdot x+3=5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8\cdot x^2-10\cdot x=5-3 \Rightarrow 8\cdot x^2-10\cdot x=2 \Rightarrow 8\cdot x^2-10\cdot x=2 \ /:2 \Rightarrow 4\cdot x^2-5\cdot x=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{grupiranja}\end{array}\right] \Rightarrow 4\cdot x^2-x-4\cdot x+1-1=1 \Rightarrow \left(4\cdot x^2-x\right)+(-4\cdot x+1)-1=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(4\cdot x^2-x\right)+(-4\cdot x+1)=1+1 \Rightarrow \left(4\cdot x^2-x\right)+(-4\cdot x+1)=2 \Rightarrow x\cdot(4\cdot x-1)-(4\cdot x-1)=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(4\cdot x-1)-(4\cdot x-1)=2 \Rightarrow (4\cdot x-1)\cdot(x-1)=2 \Rightarrow (x-1)\cdot(4\cdot x-1)=2.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

Preoblikujemo izraz $(x-1)\cdot(4\cdot x-1)$:

$$(x-1)\cdot(4\cdot x-1)=\frac{2\cdot(x-1)\cdot(4\cdot x-1)}{2}=\frac{2\cdot\left(4\cdot x^2-x-4\cdot x+1\right)}{2}=\frac{2\cdot\left(4\cdot x^2-5\cdot x+1\right)}{2}=$$

$$=\frac{8\cdot x^2-10\cdot x+2}{2}=\left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{grupiranja}\end{array}\right]=\frac{8\cdot x^2-4\cdot x-6\cdot x+3-3+2}{2}=\frac{\left(8\cdot x^2-4\cdot x\right)+(-6\cdot x+3)-3+2}{2}=$$

$$=\frac{4\cdot x\cdot(2\cdot x-1)-3\cdot(2\cdot x-1)-1}{2}=\frac{4\cdot x\cdot(2\cdot x-1)-3\cdot(2\cdot x-1)-1}{2}=\frac{(2\cdot x-1)\cdot(4\cdot x-3)-1}{2}=$$

$$=\frac{(4\cdot x-3)\cdot(2\cdot x-1)-1}{2}=\left[\begin{array}{c}\text{uvjet}\\ (4\cdot x-3)\cdot(2\cdot x-1)=5\end{array}\right]=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=\frac{4}{2}=2.$$

Odgovor je pod B.

**Vježba 510**

Ako je $(3-4\cdot x)\cdot(1-2\cdot x)=5,$ koliko je $(1-x)\cdot(1-4\cdot x)?$

$A.\ 1.5 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ 2.5 \qquad D.\ 3$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 511 (Maturant, jezična gimnazija)**

Nejednakost $(a-b)^2 \le a^2+b^2$ ispunjena je ako i samo ako je:

$A.\ a\le b \qquad B.\ a+b\ge 0 \qquad C.\ a\cdot b\ge 0 \qquad D.\ a\ge b$

**Rješenje 511**

Ponovimo!

$$(x-y)^2=x^2-2\cdot x\cdot y+y^2 \quad , \quad a\le b\ ,\ n<0\ \Rightarrow\ \frac{a}{n}\ge\frac{b}{n}.$$

Preoblikujemo nejednakost.

$$(a-b)^2\le a^2+b^2 \Rightarrow a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\le a^2+b^2 \Rightarrow a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\le a^2+b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\cdot a\cdot b\le 0 \Rightarrow -2\cdot a\cdot b\le 0\ /:(-2) \Rightarrow a\cdot b\ge 0.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 511**

Nejednakost $(a+b)^2 \le a^2+b^2$ ispunjena je ako i samo ako je:

$A.\ a\le b \qquad B.\ a\cdot b\le 0 \qquad C.\ a-b\ge 0 \qquad D.\ a\ge b$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 512 (Maturant, jezična gimnazija)**

Ako je $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{1}{2},$ onda je $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ jednako:

$A.\ \frac{1}{4} \qquad B.\ 2 \qquad C.\ \frac{1}{2} \qquad D.\ 8$

**Rješenje 512**

Ponovimo!

$$x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y) \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad (x+y)^2=x^2+2\cdot x\cdot y+y^2.$$

$$(x-y)^2=x^2-2\cdot x\cdot y+y^2 \quad , \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c} \quad , \quad \frac{a-b}{n}=\frac{a}{n}-\frac{b}{n} \quad , \quad n=\frac{n}{1}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\ne 0\ ,\ n\ne 1.$$

Preoblikujemo zadanu jednakost.

$$\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{(a-b)\cdot(a+b)}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a^2+2\cdot a\cdot b+b^2-\left(a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\right)}{a^2-b^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2+2\cdot a\cdot b+b^2-a^2+2\cdot a\cdot b-b^2}{a^2-b^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a^2+2\cdot a\cdot b+b^2-a^2+2\cdot a\cdot b-b^2}{a^2-b^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot b}{a^2-b^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4\cdot a\cdot b}{a^2-b^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a^2-b^2}{4\cdot a\cdot b}=\frac{2}{1} \Rightarrow \frac{a^2-b^2}{4\cdot a\cdot b}=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2-b^2}{4\cdot a\cdot b}=2 \;/\cdot 4 \Rightarrow \frac{a^2-b^2}{a\cdot b}=8 \Rightarrow \frac{a^2}{a\cdot b}-\frac{b^2}{a\cdot b}=8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{a\cdot b}-\frac{b^2}{a\cdot b}=8 \Rightarrow \frac{a}{b}-\frac{b}{a}=8.$$

Odgovor je pod D.

**Vježba 512**

Ako je $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{1}{2}$, onda je $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ jednako:

$$A.\ \frac{1}{4} \qquad B.\ 4 \qquad C.\ 2 \qquad D.\ \frac{1}{2}$$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 513 (Maturant, jezična gimnazija)**

Za svaku vrijednost od m i n vrijednost razlomka $\frac{2^m\cdot 3^{n-1}-2^{m-1}\cdot 3^n}{2^m\cdot 3^n}$ jednaka je:

$$A.\ \frac{1}{12} \qquad B.\ \frac{1}{36} \qquad C.\ 1 \qquad D.\ -\frac{1}{6}$$



**Rješenje 513**

Ponovimo!

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad , \quad a^1=a \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{2^m\cdot 3^{n-1}-2^{m-1}\cdot 3^n}{2^m\cdot 3^n}=\frac{2^m\cdot 3^n\cdot 3^{-1}-2^m\cdot 2^{-1}\cdot 3^n}{2^m\cdot 3^n}=\frac{2^m\cdot 3^n\cdot 3^{-1}-2^m\cdot 2^{-1}\cdot 3^n}{2^m\cdot 3^n}=$$

$$=\frac{2^m\cdot 3^n\cdot 3^{-1}-2^m\cdot 3^n\cdot 2^{-1}}{2^m\cdot 3^n}=\frac{2^m\cdot 3^n\cdot 3^{-1}-2^m\cdot 3^n\cdot 2^{-1}}{2^m\cdot 3^n}=\frac{2^m\cdot 3^n\cdot\left(3^{-1}-2^{-1}\right)}{2^m\cdot 3^n}=$$

$$=\frac{2^m\cdot 3^n\cdot\left(3^{-1}-2^{-1}\right)}{2^m\cdot 3^n}=3^{-1}-2^{-1}=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2-3}{6}=-\frac{1}{6}.$$

Odgovor je pod D.

**Vježba 513**

Za svaku vrijednost od m i n vrijednost razlomka $\frac{2^{m-1}\cdot 3^{n}-2^{m}\cdot 3^{n-1}}{2^{m}\cdot 3^{n}}$ jednaka je:

$$A.\ \frac{1}{12} \qquad B.\ \frac{1}{36} \qquad C.\ 1 \qquad D.\ \frac{1}{6}$$

**Rezultat:** D.

**Zadatak 514 (Hanna, ekonomska škola)**

Skrati razlomak $\frac{5^{n}\cdot 2^{n-1}-5^{n-1}\cdot 2^{n}}{10^{n+1}}$.

**Rješenje 514**

Ponovimo!

$$a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m} \quad , \quad a^{n}\cdot b^{n}=(a\cdot b)^{n} \quad , \quad a^{1}=a \quad , \quad n=\frac{n}{1}.$$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$



$$\frac{5^{n}\cdot 2^{n-1}-5^{n-1}\cdot 2^{n}}{10^{n+1}}=\frac{5^{n}\cdot 2^{n}\cdot 2^{-1}-5^{n}\cdot 5^{-1}\cdot 2^{n}}{10^{n}\cdot 10^{1}}=\frac{5^{n}\cdot 2^{n}\cdot 2^{-1}-5^{n}\cdot 2^{n}\cdot 5^{-1}}{10^{n}\cdot 10}=$$

$$=\frac{(5\cdot 2)^{n}\cdot 2^{-1}-(5\cdot 2)^{n}\cdot 5^{-1}}{10^{n}\cdot 10}=\frac{10^{n}\cdot 2^{-1}-10^{n}\cdot 5^{-1}}{10^{n}\cdot 10}=\frac{10^{n}\cdot 2^{-1}-10^{n}\cdot 5^{-1}}{10^{n}\cdot 10}=$$

$$=\frac{10^{n}\cdot\left(2^{-1}-5^{-1}\right)}{10^{n}\cdot 10}=\frac{10^{n}\cdot\left(2^{-1}-5^{-1}\right)}{10^{n}\cdot 10}=\frac{2^{-1}-5^{-1}}{10}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}{10}=\frac{\frac{5-2}{10}}{10}=\frac{\frac{3}{10}}{10}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{10}{1}}=\frac{3}{100}.$$

**Vježba 514**

Skrati razlomak $\frac{5^{n}\cdot 2^{n-1}-5^{n-1}\cdot 2^{n}}{10^{n}}$.

**Rezultat:** $\frac{3}{10}$.

**Zadatak 515 (Lidija, gimnazija)**

Dokazati implikaciju $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0 \text{ i } a\cdot b\cdot c\neq 0\right) \Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^{2}}+\frac{a\cdot c}{b^{2}}+\frac{a\cdot b}{c^{2}}=3.$

**Rješenje 515**

Ponovimo!

$$a=b \Rightarrow a^3=b^3 \quad , \quad (a+b)^3=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3 \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a^1=a \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b} \quad , \quad \frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Preoblikujemo zadanu jednakost.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0 \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c} \ /^3 \Rightarrow \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^3=\left(-\frac{1}{c}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^3+3\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^2\cdot\frac{1}{b}+3\cdot\frac{1}{a}\cdot\left(\frac{1}{b}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^3=-\left(\frac{1}{c}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^3}+3\cdot\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{b}+3\cdot\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b^2}+\frac{1}{b^3}=-\frac{1}{c^3} \Rightarrow \frac{1}{a^3}+\frac{3}{a^2\cdot b}+\frac{3}{a\cdot b^2}+\frac{1}{b^3}=-\frac{1}{c^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{a^2\cdot b}-\frac{3}{a\cdot b^2} \Rightarrow \frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{a^2\cdot b}-\frac{3}{a\cdot b^2} \ /\cdot a\cdot b\cdot c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a\cdot b\cdot c}{a^3}+\frac{a\cdot b\cdot c}{b^3}+\frac{a\cdot b\cdot c}{c^3}=-\frac{3\cdot a\cdot b\cdot c}{a^2\cdot b}-\frac{3\cdot a\cdot b\cdot c}{a\cdot b^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a\cdot b\cdot c}{a^3}+\frac{a\cdot b\cdot c}{b^3}+\frac{a\cdot b\cdot c}{c^3}=-\frac{3\cdot a\cdot b\cdot c}{a^2\cdot b}-\frac{3\cdot a\cdot b\cdot c}{a\cdot b^2} \Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^2}+\frac{a\cdot c}{b^2}+\frac{a\cdot b}{c^2}=-\frac{3\cdot c}{a}-\frac{3\cdot c}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^2}+\frac{a\cdot c}{b^2}+\frac{a\cdot b}{c^2}=-3\cdot c\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \Rightarrow \left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^2}+\frac{a\cdot c}{b^2}+\frac{a\cdot b}{c^2}=-3\cdot c\cdot\left(-\frac{1}{c}\right) \Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^2}+\frac{a\cdot c}{b^2}+\frac{a\cdot b}{c^2}=-3\cdot c\cdot\left(-\frac{1}{c}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^2}+\frac{a\cdot c}{b^2}+\frac{a\cdot b}{c^2}=3.$$

**Vježba 515**

Dokazati implikaciju $\left(\frac{a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c}{a\cdot b\cdot c}=0 \text{ i } a\cdot b\cdot c\neq 0\right) \Rightarrow \frac{b\cdot c}{a^2}+\frac{a\cdot c}{b^2}+\frac{a\cdot b}{c^2}=3.$

**Rezultat:** Dokaz analogan.

**Zadatak 516 (BMX, gimnazija)**

Broj 100 napišite u obliku umnoška od sedam jednakih faktora.

**Rješenje 516**

Ponovimo!

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a \quad , \quad a^1=a \quad , \quad \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n-puta}=a^n.$$

$$100=\left(\sqrt[7]{100}\right)^7=\sqrt[7]{100}\cdot\sqrt[7]{100}\cdot\sqrt[7]{100}\cdot\sqrt[7]{100}\cdot\sqrt[7]{100}\cdot\sqrt[7]{100}\cdot\sqrt[7]{100}.$$

**Vježba 516**

Broj 10 napišite u obliku umnoška od pet jednakih faktora.

**Rezultat:** $\sqrt[5]{10}\cdot\sqrt[5]{10}\cdot\sqrt[5]{10}\cdot\sqrt[5]{10}\cdot\sqrt[5]{10}.$

**Zadatak 517 (BMX, gimnazija)**

Pojednostavnite izraz $\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{-3\cdot\sqrt{2}}$.

**Rješenje 517**

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^1=a\quad,\quad a^n\cdot a^m=a^{n+m}\quad,\quad\left(\sqrt{a}\right)^2=a\quad,\quad a^{-n}=\frac{1}{a^n}.$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}\quad,\quad\sqrt[n\cdot p]{a^{m\cdot p}}=\sqrt[n]{a^m}.$$

1.inačica

$$\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{-3\cdot\sqrt{2}}=\left(\sqrt{2}\right)^{-3\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-3\cdot 2}=\left(\left(\sqrt{2}\right)^2\right)^{-3}=2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}.$$

2.inačica

$$\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{-3\cdot\sqrt{2}}=\left(\sqrt{2}\right)^{-3\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-3\cdot 2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-6}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^6}=\frac{1}{\sqrt{2^6}}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}.$$



**Vježba 517**

Pojednostavnite izraz $\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{-\sqrt{2}}$.

**Rezultat:** $\frac{1}{2}.$

**Zadatak 518 (Helena, gimnazija)**

Pojednostavnite izraz $\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}+\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}\ ,\ a\geq 1.$

**Rješenje 518**

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{x}\right)^2=x\quad,\quad(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2\quad,\quad(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$\sqrt{x^2}=x\ ,\ x\geq 0\quad,\quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n\quad,\quad\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}+\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}=\sqrt{a+2\cdot\sqrt{a}+1}+\sqrt{a-2\cdot\sqrt{a}+1}=$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^2+2\cdot\sqrt{a}+1}+\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^2-2\cdot\sqrt{a}+1}=\sqrt{\left(\sqrt{a}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}=$$

$$=\sqrt{a}+1+\sqrt{a}-1=\sqrt{a}+1+\sqrt{a}-1=2\cdot\sqrt{a}.$$

2.inačica

Zadani izraz označimo slovom x.

$$\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}+\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}=x \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{kvadriramo}\\ \text{jednakost}\end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}+\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}=x\ /^2 \Rightarrow \left(\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}+\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}\right)^2=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}\right)^2+2\cdot\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}+\left(\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}\right)^2=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+1+2\cdot\sqrt{a}+2\cdot\sqrt{\left(a+1+2\cdot\sqrt{a}\right)\cdot\left(a+1-2\cdot\sqrt{a}\right)}+a+1-2\cdot\sqrt{a}=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+1+2\cdot\sqrt{a}+2\cdot\sqrt{\left(\left(a+1\right)+2\cdot\sqrt{a}\right)\cdot\left(\left(a+1\right)-2\cdot\sqrt{a}\right)}+a+1-2\cdot\sqrt{a}=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+1+2\cdot\sqrt{\left(a+1\right)^2-\left(2\cdot\sqrt{a}\right)^2}+a+1=x^2 \Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot\sqrt{a^2+2\cdot a+1-2^2\cdot\left(\sqrt{a}\right)^2}=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot\sqrt{a^2+2\cdot a+1-4\cdot a}=x^2 \Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot\sqrt{a^2-2\cdot a+1}=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot\sqrt{\left(a-1\right)^2}=x^2 \Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot\left(a-1\right)=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot a-2=x^2 \Rightarrow 2\cdot a+2+2\cdot a-2=x^2 \Rightarrow 4\cdot a=x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2=4\cdot a \Rightarrow x^2=4\cdot a\ /\sqrt{\ } \Rightarrow x=\sqrt{4\cdot a} \Rightarrow x=\sqrt{4}\cdot\sqrt{a} \Rightarrow x=2\cdot\sqrt{a}.$$



**Vježba 518**

Pojednostavnite izraz $\sqrt{a+1+2\cdot\sqrt{a}}-\sqrt{a+1-2\cdot\sqrt{a}}\ ,\ a\ge 1.$

**Rezultat:** 2.

**Zadatak 519 (Anita, medicinska škola)**

Izrazite a iz formule $p=a\cdot b+2\cdot\left(a+b\right)\cdot v.$

**Rješenje 519**

Ponovimo!

$$a=b \Rightarrow b=a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot\left(b+c\right)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot\left(b+c\right).$$

$$p=a\cdot b+2\cdot\left(a+b\right)\cdot v \Rightarrow a\cdot b+2\cdot\left(a+b\right)\cdot v=p \Rightarrow a\cdot b+2\cdot a\cdot v+2\cdot b\cdot v=p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\cdot b+2\cdot a\cdot v=p-2\cdot b\cdot v \Rightarrow a\cdot\left(b+2\cdot v\right)=p-2\cdot b\cdot v \Rightarrow a\cdot\left(b+2\cdot v\right)=p-2\cdot b\cdot v\ /\cdot\frac{1}{b+2\cdot v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=\frac{p-2\cdot b\cdot v}{b+2\cdot v}.$$

**Vježba 519**

Izrazite v iz formule $p = a \cdot b + 2 \cdot (a + b) \cdot v.$

**Rezultat:** $v = \dfrac{p - a \cdot b}{2 \cdot (a + b)}.2.$

**Zadatak 520 (Goran, gimnazija)**

Ako je $(2 \cdot a - 1)^3 = m,$ onda je $(3 - 6 \cdot a)^3$ jednako:

$A.\ -3 \cdot m \qquad B.\ -9 \cdot m \qquad C.\ -27 \cdot m \qquad D.\ -m^2$

**Rješenje 520**

Ponovimo!

$$(x - y)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 - y^3 \quad , \quad (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n \quad , \quad (-x)^3 = -x^3.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1.inačica

Preoblikujemo izraz $(3 - 6 \cdot a)^3.$

$$(3 - 6 \cdot a)^3 = (-3 \cdot (2 \cdot a - 1))^3 = (-3)^3 \cdot (2 \cdot a - 1)^3 = -27 \cdot (2 \cdot a - 1)^3 = \left[ (2 \cdot a - 1)^3 = m \right] = -27 \cdot m.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Kubiramo izraz u zadanoj jednakosti.

$$(2 \cdot a - 1)^3 = m \Rightarrow (2 \cdot a)^3 - 3 \cdot (2 \cdot a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot a \cdot 1^2 - 1^3 = m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 \cdot a^3 - 3 \cdot 4 \cdot a^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot a \cdot 1 - 1 = m \Rightarrow 8 \cdot a^3 - 12 \cdot a^2 + 6 \cdot a - 1 = m.$$

Preoblikujemo izraz $(3 - 6 \cdot a)^3.$

$$(3 - 6 \cdot a)^3 = 3^3 - 3 \cdot 3^2 \cdot 6 \cdot a + 3 \cdot 3 \cdot (6 \cdot a)^2 - (6 \cdot a)^3 = 27 - 3 \cdot 9 \cdot 6 \cdot a + 3 \cdot 3 \cdot 36 \cdot a^2 - 216 \cdot a^3 =$$

$$= 27 - 162 \cdot a + 324 \cdot a^2 - 216 \cdot a^3 = -216 \cdot a^3 + 324 \cdot a^2 - 162 \cdot a + 27 =$$

$$= -27 \cdot \left( 8 \cdot a^3 - 12 \cdot a^2 + 6 \cdot a - 1 \right) = \left[ 8 \cdot a^3 - 12 \cdot a^2 + 6 \cdot a - 1 = m \right] = -27 \cdot m.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 520**

Ako je $(a - 1)^3 = m,$ onda je $(2 - 2 \cdot a)^3$ jednako:

$A.\ -8 \cdot m \qquad B.\ -4 \cdot m \qquad C.\ -16 \cdot m \qquad D.\ -m^2$

**Rezultat:** A.