Zadatak 601 (Domagoj, srednja škola)

Izračunaj $\left(\frac{a}{b}+1\right)^{-2}:\left(\frac{a^{2}-b^{2}}{b^{2}}\right)^{-1}$.

Rješenje 601

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n} \quad , \quad a^{1}=a.$$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c} \quad , \quad a^{2}-b^{2}=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \quad , \quad n\neq 0 \quad , \quad n\neq 1.$$

$$\left(\frac{a}{b}+1\right)^{-2}:\left(\frac{a^{2}-b^{2}}{b^{2}}\right)^{-1}=\left(\frac{a}{b}+\frac{1}{1}\right)^{-2}:\frac{b^{2}}{a^{2}-b^{2}}=\left(\frac{a+b}{b}\right)^{-2}:\frac{b^{2}}{a^{2}-b^{2}}=$$

$$=\left(\frac{b}{a+b}\right)^{2}\cdot\frac{a^{2}-b^{2}}{b^{2}}=\frac{b^{2}}{(a+b)^{2}}\cdot\frac{a^{2}-b^{2}}{b^{2}}=\frac{b^{2}}{(a+b)^{2}}\cdot\frac{a^{2}-b^{2}}{b^{2}}=\frac{1}{(a+b)^{2}}\cdot\frac{a^{2}-b^{2}}{1}=$$

$$=\frac{a^{2}-b^{2}}{(a+b)^{2}}=\frac{(a-b)\cdot(a+b)}{(a+b)^{2}}=\frac{(a-b)\cdot(a+b)}{(a+b)^{2}}=\frac{a-b}{a+b}.$$

Vježba 601

Izračunaj $\left(\frac{a^{2}-b^{2}}{b^{2}}\right)^{-1}:\left(\frac{a}{b}+1\right)^{-2}$.

Rezultat: $\frac{a+b}{a-b}$.

Zadatak 602 (1B, TUPŠ)

Skrati razlomak $\frac{(a-b)^{2}-a^{2}+b^{2}}{a^{2}\cdot b-2\cdot a\cdot b^{2}+b^{3}}$.

Rješenje 602

Ponovimo!

$$(x-y)^{2}=x^{2}-2\cdot x\cdot y+y^{2} \quad , \quad x^{1}=x \quad , \quad x^{n}:x^{m}=x^{n-m}.$$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c} \quad , \quad a^{2}-b^{2}=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ \ ,\ \ n\neq 0\ \ ,\ \ n\neq 1.$$

$$\frac{(a-b)^2-a^2+b^2}{a^2\cdot b-2\cdot a\cdot b^2+b^3}=\frac{a^2-2\cdot a\cdot b+b^2-a^2+b^2}{b\cdot\left(a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\right)}=\frac{a^2-2\cdot a\cdot b+b^2-a^2+b^2}{b\cdot(a-b)^2}=$$

$$=\frac{-2\cdot a\cdot b+b^2+b^2}{b\cdot(a-b)^2}=\frac{-2\cdot a\cdot b+2\cdot b^2}{b\cdot(a-b)^2}=\frac{-2\cdot b\cdot(a-b)}{b\cdot(a-b)^2}=\frac{-2\cdot b\cdot(a-b)}{b\cdot(a-b)^2}=\frac{-2}{a-b}.$$

Vježba 602

Skrati razlomak $\frac{b^2+(a-b)^2-a^2}{a^2\cdot b-2\cdot a\cdot b^2+b^3}$.

Rezultat: $\frac{-2}{a-b}$.

Zadatak 603 (1B, TUPŠ)

Pomnoži razlomke $\left(\frac{6}{a^2-9}-\frac{1}{a-3}\right)\cdot\frac{a^2+6\cdot a+9}{3}$.

Rješenje 603

Ponovimo!

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2\quad,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}.$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ \ ,\ \ n\neq 0\ \ ,\ \ n\neq 1.$$

$$\left(\frac{6}{a^2-9}-\frac{1}{a-3}\right)\cdot\frac{a^2+6\cdot a+9}{3}=\left(\frac{6}{(a-3)\cdot(a+3)}-\frac{1}{a-3}\right)\cdot\frac{(a+3)^2}{3}=$$

$$=\frac{6-(a+3)}{(a-3)\cdot(a+3)}\cdot\frac{(a+3)^2}{3}=\frac{6-a-3}{(a-3)\cdot(a+3)}\cdot\frac{(a+3)^2}{3}=\frac{3-a}{(a-3)\cdot(a+3)}\cdot\frac{(a+3)^2}{3}=$$

$$=\frac{-(a-3)}{(a-3)\cdot(a+3)}\cdot\frac{(a+3)^2}{3}=\frac{-(a-3)}{(a-3)\cdot(a+3)}\cdot\frac{(a+3)^2}{3}=\frac{-1}{1}\cdot\frac{a+3}{3}=-\frac{a+3}{3}.$$

Vježba 603

Pomnoži razlomke $\left(\frac{6}{a^2-9}+\frac{1}{3-a}\right)\cdot\frac{a^2+6\cdot a+9}{3}$.

Rezultat: $-\frac{a+3}{3}$.

Zadatak 604 (1B, TUPŠ)

Skrati razlomak $\frac{2 \cdot a^2 - 2 \cdot b^2}{4 \cdot a + 4 \cdot b}$.

Rješenje 604

Ponovimo!

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

$$\frac{2 \cdot a^2 - 2 \cdot b^2}{4 \cdot a + 4 \cdot b} = \begin{bmatrix} \text{u brojniku izlučimo 2} \\ \text{u nazivniku izlučimo 4} \end{bmatrix} = \frac{2 \cdot (a^2 - b^2)}{4 \cdot (a + b)} =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{u brojniku prepoznajemo} \\ \text{razliku kvadrata} \end{bmatrix} = \frac{2 \cdot (a - b) \cdot (a + b)}{4 \cdot (a + b)} = \frac{2 \cdot (a - b) \cdot (a + b)}{4 \cdot (a + b)} = \frac{a - b}{2}.$$

Vježba 604

Skrati razlomak $\frac{2 \cdot a^2 - 2 \cdot b^2}{4 \cdot a + 4 \cdot b}$.

Rezultat: $\frac{2}{a - b}$.

Zadatak 605 (1B, TUPŠ)

Skrati razlomak $\frac{a^3 \cdot b - a \cdot b^3}{a \cdot b + b^2}$.

Rješenje 605

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

$$\frac{a^3 \cdot b - a \cdot b^3}{a \cdot b + b^2} = \begin{bmatrix} \text{u brojniku izlučimo } a \cdot b \\ \text{u nazivniku izlučimo } b \end{bmatrix} = \frac{a \cdot b \cdot (a^2 - b^2)}{b \cdot (a + b)} =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{u brojniku prepoznajemo} \\ \text{razliku kvadrata} \end{bmatrix} = \frac{a \cdot b \cdot (a - b) \cdot (a + b)}{b \cdot (a + b)} = \frac{a \cdot b \cdot (a - b) \cdot (a + b)}{b \cdot (a + b)} = \frac{a \cdot (a - b)}{1} = a \cdot (a - b).$$

Vježba 605

Skrati razlomak $\frac{a\cdot b+b^2}{a^3\cdot b-a\cdot b^3}.$

Rezultat: $\frac{1}{a\cdot(a-b)}.$

Zadatak 606 (1B, TUPŠ)

Skrati razlomak $\frac{3\cdot a^2+12\cdot a+12}{3\cdot a+6}.$

Rješenje 606

Ponovimo!

$$x^2+2\cdot x\cdot y+y^2=(x+y)^2 \quad , \quad n=\frac{n}{1}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{3\cdot a^2+12\cdot a+12}{3\cdot a+6}=\begin{bmatrix}\text{u brojniku izlučimo 3}\\ \text{u nazivniku izlučimo 3}\end{bmatrix}=\frac{3\cdot\left(a^2+4\cdot a+4\right)}{3\cdot(a+2)}=\frac{3\cdot\left(a^2+4\cdot a+4\right)}{3\cdot(a+2)}=$$

$$=\frac{a^2+4\cdot a+4}{a+2}=\frac{(a+2)^2}{a+2}=\frac{(a+2)^2}{a+2}=\frac{a+2}{1}=a+2.$$

Vježba 606

Skrati razlomak $\frac{3\cdot a+6}{3\cdot a^2+12\cdot a+12}.$

Rezultat: $\frac{1}{a+2}.$

Zadatak 607 (1B, TUPŠ)

Skrati razlomak $\frac{5\cdot a^2+10\cdot a+5}{2\cdot a^2-2}.$

Rješenje 607

Ponovimo!

$$x^2+2\cdot x\cdot y+y^2=(x+y)^2 \quad , \quad x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{5\cdot a^2+10\cdot a+5}{2\cdot a^2-2}=\left[\begin{array}{l}\text{u brojniku izlučimo 5}\\ \text{u nazivniku izlučimo 2}\end{array}\right]=\frac{5\cdot\left(a^2+2\cdot a+1\right)}{2\cdot\left(a^2-1\right)}=\frac{5\cdot(a+1)^2}{2\cdot(a-1)\cdot(a+1)}=$$

$$=\frac{5\cdot(a+1)^2}{2\cdot(a-1)\cdot(a+1)}=\frac{5\cdot(a+1)}{2\cdot(a-1)}.$$

Vježba 607

Skrati razlomak $\frac{2\cdot a^2-2}{5\cdot a^2+10\cdot a+5}$.

Rezultat: $\frac{2\cdot(a-1)}{5\cdot(a+1)}$.

Zadatak 608 (Suzi, TUPŠ)

Dokaži formulu $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2\cdot(a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c)$.

Rješenje 608

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad (x+y)^2=x^2+2\cdot x\cdot y+y^2.$$

Kako glasi zakon asocijacije (združivanja) za zbrajanje?
Zbroj se ne mijenja združimo li pribrojnike na bilo koji način:

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Množimo zagrade.

$$(a+b+c)^2=(a+b+c)\cdot(a+b+c)=a^2+a\cdot b+a\cdot c+a\cdot b+b^2+b\cdot c+a\cdot c+b\cdot c+c^2=$$

$$=a^2+b^2+c^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+2\cdot b\cdot c=a^2+b^2+c^2+2\cdot(a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c).$$

2.inačica

Preoblikujemo trinom u binom i onda kvadriramo.

$$(a+b+c)^2=((a+b)+c)^2=(a+b)^2+2\cdot(a+b)\cdot c+c^2=$$

$$=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2+2\cdot a\cdot c+2\cdot b\cdot c+c^2=$$

$$=a^2+b^2+c^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+2\cdot b\cdot c=a^2+b^2+c^2+2\cdot(a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c).$$

3.inačica

Preoblikujemo trinom u binom i onda kvadriramo.

$$(a+b+c)^2=(a+(b+c))^2=a^2+2\cdot a\cdot(b+c)+(b+c)^2=$$

$$=a^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+b^2+2\cdot b\cdot c+c^2=$$

$$=a^2+b^2+c^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+2\cdot b\cdot c=a^2+b^2+c^2+2\cdot(a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c).$$

Vježba 608

Dokaži formulu:

$$(a+b+c+d)^2 = a^2+b^2+c^2+d^2+2\cdot(a\cdot b+a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d+c\cdot d).$$

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 609 (Mislav, srednja škola)

Broj $14+6\cdot\sqrt{5}$ napišite u obliku kvadrata binoma.

Rješenje 609

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 = (a+b)^2.$$

Zadani binom preoblikujemo u trinom.

$$14+6\cdot\sqrt{5} = 9+6\cdot\sqrt{5}+5 = 3^2+6\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2 = 3^2+2\cdot 3\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2 =$$

$$=\left(3+\sqrt{5}\right)^2.$$

Vježba 609

Broj $9+4\cdot\sqrt{5}$ napišite u obliku kvadrata binoma.

Rezultat: $\left(2+\sqrt{5}\right)^2.$

Zadatak 610 (Mislav, srednja škola)

Broj $5+2\cdot\sqrt{6}$ napišite u obliku kvadrata binoma.

Rješenje 610

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad \sqrt{a\cdot b} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 = (a+b)^2.$$

Zadani binom preoblikujemo u trinom.

$$5+2\cdot\sqrt{6} = 3+2\cdot\sqrt{6}+2 = \left(\sqrt{3}\right)^2+2\cdot\sqrt{6}+\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2+2\cdot\sqrt{3\cdot 2}+\left(\sqrt{2}\right)^2 =$$

$$=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2.$$

Vježba 610

Broj $7+2\cdot\sqrt{10}$ napišite u obliku kvadrata binoma.

Rezultat: $\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2.$

Zadatak 611 (Davor, srednja škola)

Rastavi na faktore $a^3+a^2\cdot b-a^2\cdot c-a\cdot b\cdot c.$

Rješenje 611

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n : a^m = a^{n-m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

Zadani polinom rastavit ćemo na faktore uporabom zakona distribucije množenja prema zbrajanju i metode grupiranja.

$$a^3+a^2\cdot b-a^2\cdot c-a\cdot b\cdot c=\left[\begin{matrix}\text{izlučimo}\\ a\end{matrix}\right]=a\cdot\left(a^2+a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c\right)=$$

$$=\left[\begin{matrix}\text{grupiramo prva dva člana}\\ \text{i posljednja dva člana}\end{matrix}\right]=a\cdot\left(\left(a^2+a\cdot b\right)+\left(-a\cdot c-b\cdot c\right)\right)=$$

$$=\left[\begin{matrix}\text{iz prve zagrade izlučimo } a\\ \text{iz druge zagrade izlučimo } -c\end{matrix}\right]=a\cdot\left(a\cdot(a+b)-c\cdot(a+b)\right)=\left[\begin{matrix}\text{izlučimo}\\ a+b\end{matrix}\right]=$$

$$=a\cdot(a+b)\cdot(a-c).$$

Vježba 611

Rastavi na faktore $a^3+a^2\cdot b+a^2\cdot c+a\cdot b\cdot c.$

Rezultat: $a\cdot(a+b)\cdot(a+c).$

Zadatak 612 (Davor, srednja škola)

Rastavi na faktore $a\cdot x^2+b\cdot x^2-b\cdot x-a\cdot x+c\cdot x^2-c\cdot x.$

Rješenje 612

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^n:a^m=a^{n-m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Zadani polinom rastavit ćemo na faktore uporabom zakona distribucije množenja prema zbrajanju i metode grupiranja.

$$a\cdot x^2+b\cdot x^2-b\cdot x-a\cdot x+c\cdot x^2-c\cdot x=\left[\begin{matrix}\text{izlučimo}\\ x\end{matrix}\right]=x\cdot(a\cdot x+b\cdot x-b-a+c\cdot x-c)=$$

$$=x\cdot(a\cdot x+b\cdot x+c\cdot x-a-b-c)=\left[\begin{matrix}\text{grupiramo prva tri člana}\\ \text{i posljednja tri člana}\end{matrix}\right]=x\cdot\left((a\cdot x+b\cdot x+c\cdot x)+(-a-b-c)\right)=$$

$$=\left[\begin{matrix}\text{iz prve zagrade izlučimo } x\\ \text{iz druge zagrade izlučimo } -1\end{matrix}\right]=x\cdot\left(x\cdot(a+b+c)-1\cdot(a+b+c)\right)=$$

$$=\left[\begin{matrix}\text{izlučimo}\\ a+b+c\end{matrix}\right]=x\cdot(a+b+c)\cdot(x-1)=(a+b+c)\cdot(x-1)\cdot x.$$

Vježba 612

Rastavi na faktore $a\cdot x^2+b\cdot x^2+b\cdot x+a\cdot x+c\cdot x^2+c\cdot x.$

Rezultat: $(a+b+c)\cdot(x+1)\cdot x.$

Zadatak 613 (Davor, srednja škola)

Rastavi na faktore $a\cdot z^2+b\cdot z^2+a\cdot z+b\cdot z+a+b.$

Rješenje 613

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Zadani polinom rastavit ćemo na faktore uporabom metode grupiranja i zakona distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot z^2+b\cdot z^2+a\cdot z+b\cdot z+a+b=\begin{bmatrix}\text{grupiramo prva dva člana}\\ \text{druga dva člana}\\ \text{i posljednja dva člana}\end{bmatrix}=$$

$$=\left(a\cdot z^2+b\cdot z^2\right)+\left(a\cdot z+b\cdot z\right)+\left(a+b\right)=$$

$$=\begin{bmatrix}\text{iz prve zagrade izlučimo } z^2\\ \text{iz druge zagrade izlučimo } z\\ \text{iz treće zagrade izlučimo } 1\end{bmatrix}=z^2\cdot(a+b)+z\cdot(a+b)+(a+b)=$$

$$=\begin{bmatrix}\text{izlučimo}\\ a+b\end{bmatrix}=(a+b)\cdot\left(z^2+z+1\right).$$

Vježba 613

Rastavi na faktore $a\cdot z^2-b\cdot z^2+a\cdot z-b\cdot z+a-b.$

Rezultat: $(a-b)\cdot\left(z^2+z+1\right).$

Zadatak 614 (Dalibor, srednja škola)

Rastavi na faktore dvočlani izraz $81\cdot x^4-1.$

Rješenje 614

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad 1^n=1\quad,\quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

Zadani izraz možemo najprije rastaviti na faktore kao razliku kvadrata.

$$81\cdot x^4-1=\left(9\cdot x^2\right)^2-1^2=\left(9\cdot x^2-1\right)\cdot\left(9\cdot x^2+1\right)=\begin{bmatrix}\text{u prvoj zagradi je}\\ \text{razlika kvadrata}\end{bmatrix}=$$

$$=\left((3\cdot x)^2-1^2\right)\cdot\left(9\cdot x^2+1\right)=(3\cdot x-1)\cdot(3\cdot x+1)\cdot\left(9\cdot x^2+1\right).$$

Vježba 614

Rastavi na faktore dvočlani izraz $1-81\cdot x^4.$

Rezultat: $(1-3\cdot x)\cdot(1+3\cdot x)\cdot\left(1+9\cdot x^2\right).$

Zadatak 615 (Dalibor, srednja škola)

Rastavi na faktore dvočlani izraz $64\cdot x^6-1.$

Rješenje 615

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad 1^n=1\quad,\quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

$$a^3-b^3=(a-b)\cdot\left(a^2+a\cdot b+b^2\right)\quad,\quad a^3+b^3=(a+b)\cdot\left(a^2-a\cdot b+b^2\right).$$

Zadani izraz možemo najprije rastaviti na faktore kao razliku kvadrata.

$$64\cdot x^6-1=\left(8\cdot x^3\right)^2-1^2=\left(8\cdot x^3-1\right)\cdot\left(8\cdot x^3+1\right)=\begin{bmatrix}\text{u prvoj zagradi je razlika kubova}\\ \text{u drugoj zagradi je zbroj kubova}\end{bmatrix}=$$

$$=\left(\left(2\cdot x\right)^{3}-1^{3}\right)\cdot\left(\left(2\cdot x^{3}\right)+1^{3}\right)=\left(2\cdot x-1\right)\cdot\left(\left(2\cdot x\right)^{2}+2\cdot x\cdot 1+1^{2}\right)\cdot\left(2\cdot x+1\right)\cdot\left(\left(2\cdot x\right)^{2}-2\cdot x\cdot 1+1^{2}\right)=$$

$$=\left(2\cdot x-1\right)\cdot\left(4\cdot x^{2}+2\cdot x+1\right)\cdot\left(2\cdot x+1\right)\cdot\left(4\cdot x^{2}-2\cdot x+1\right).$$

Vježba 615

Rastavi na faktore dvočlani izraz $1-64\cdot x^{6}$.

Rezultat: $\left(1-2\cdot x\right)\cdot\left(1+2\cdot x+4\cdot x^{2}\right)\cdot\left(1+2\cdot x\right)\cdot\left(1-2\cdot x+4\cdot x^{2}\right).$

Zadatak 616 (Dalibor, srednja škola)

Skrati razlomak $\dfrac{a^{4}-2\cdot a^{2}+1}{a^{3}-a^{2}-a+1}$.

Rješenje 616

Ponovimo!

$$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^{2}-2\cdot a\cdot b+b^{2}=\left(a-b\right)^{2}\quad,\quad a^{2}-b^{2}=\left(a-b\right)\cdot\left(a+b\right).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot\left(b+c\right)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot\left(b+c\right).$$

Brojnik i nazivnik razlomka rastavimo na faktore.

$$\frac{a^{4}-2\cdot a^{2}+1}{a^{3}-a^{2}-a+1}=\left[\begin{matrix}\text{u brojniku je kvadrat razlike}\\ \text{u nazivniku grupiramo}\end{matrix}\right]=\frac{\left(a^{2}\right)^{2}-2\cdot a^{2}+1}{\left(a^{3}-a^{2}\right)+\left(-a+1\right)}=$$

$$=\frac{\left(a^{2}-1\right)^{2}}{a^{2}\cdot\left(a-1\right)-\left(a-1\right)}=\left[\begin{matrix}\text{u nazivniku izlučimo}\\ a-1\end{matrix}\right]=\frac{\left(a^{2}-1\right)^{2}}{\left(a-1\right)\cdot\left(a^{2}-1\right)}=$$

$$=\frac{\left(a^{2}-1\right)^{2}}{\left(a-1\right)\cdot\left(a^{2}-1\right)}=\frac{a^{2}-1}{a-1}=\frac{\left(a-1\right)\cdot\left(a+1\right)}{a-1}=\frac{\left(a-1\right)\cdot\left(a+1\right)}{a-1}=a+1.$$

Vježba 616

Skrati razlomak $\dfrac{a^{3}-a^{2}-a+1}{a^{4}-2\cdot a^{2}+1}$.

Rezultat: $\dfrac{1}{a+1}$.

Zadatak 617 (Mario, gimnazija)

Ako je $13\cdot x-52\cdot y=1$, koliko je $11\cdot x-44\cdot y$?

Rješenje 617

Ponovimo!

$$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1.inačica

$$13 \cdot x - 52 \cdot y = 1 \Rightarrow 13 \cdot x - 52 \cdot y = 1 \ / \cdot \frac{11}{13} \Rightarrow \frac{11}{13} \cdot 13 \cdot x - \frac{11}{13} \cdot 52 \cdot y = \frac{11}{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11}{13} \cdot 13 \cdot x - \frac{11}{13} \cdot 52 \cdot y = \frac{11}{13} \Rightarrow 11 \cdot x - 44 \cdot y = \frac{11}{13}.$$

2.inačica

Preoblikujemo zadanu jednakost.

$$13 \cdot x - 52 \cdot y = 1 \Rightarrow 13 \cdot (x - 4 \cdot y) = 1 \Rightarrow 13 \cdot (x - 4 \cdot y) = 1 \ / \cdot \frac{1}{13} \Rightarrow x - 4 \cdot y = \frac{1}{13}.$$

Sada je

$$11 \cdot x - 44 \cdot y = 11 \cdot (x - 4 \cdot y) = \left[x - 4 \cdot y = \frac{1}{13} \right] = 11 \cdot \frac{1}{13} = \frac{11}{13}.$$

Vježba 617

Ako je $13 \cdot x - 52 \cdot y = 1$, koliko je $22 \cdot x - 88 \cdot y$?

Rezultat: $\frac{22}{13}.$

Zadatak 618 (Mario, gimnazija)

Ako je $a \cdot b = 3$ i $a^2 \cdot b + a \cdot b^2 = (a + b) - 2$, koliko je $a^2 + b^2$?

Rješenje 618

Ponovimo!

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (x + y)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2 \cdot x \cdot y.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Preoblikujemo drugu jednakost na sljedeći način.

$$a^2 \cdot b + a \cdot b^2 = (a + b) - 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{na lijevoj strani} \\ \text{izlučimo } a \cdot b \end{bmatrix} \Rightarrow a \cdot b \cdot (a + b) = (a + b) - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [a \cdot b = 3] \Rightarrow 3 \cdot (a + b) = (a + b) - 2 \Rightarrow 3 \cdot (a + b) - (a + b) = -2 \Rightarrow 2 \cdot (a + b) = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (a + b) = -2 \ / : 2 \Rightarrow a + b = -1.$$

Sada je

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2 \cdot a \cdot b \Rightarrow a^2 + b^2 = (-1)^2 - 2 \cdot 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1 - 6 \Rightarrow a^2 + b^2 = -5.$$

Vježba 618

Ako je $a \cdot b = 5$ i $a^2 \cdot b + a \cdot b^2 = (a + b) - 4$, koliko je $a^2 + b^2$?

Rezultat: $-9.$

Zadatak 619 (Hela, ekonomska škola)

Pojednostavni $(a+1)\cdot\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{a^2+a}}$.

Rješenje 619

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^n\cdot b}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$(a+1)\cdot\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{a^2+a}}=(a+1)\cdot\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{a\cdot(a+1)}}=(a+1)\cdot\sqrt{\frac{a+1-1}{a\cdot(a+1)}}=(a+1)\cdot\sqrt{\frac{a+1-1}{a\cdot(a+1)}}=$$

$$=(a+1)\cdot\sqrt{\frac{a}{a\cdot(a+1)}}=(a+1)\cdot\sqrt{\frac{a}{a\cdot(a+1)}}=(a+1)\cdot\sqrt{\frac{1}{a+1}}=\sqrt{(a+1)^2\cdot\frac{1}{a+1}}=$$

$$=\sqrt{(a+1)^2\cdot\frac{1}{a+1}}=\sqrt{a+1}.$$

Vježba 619

Pojednostavni $(a+1)\cdot\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{a}{a^3+a^2}}$.

Rezultat: $\sqrt{a+1}$.

Zadatak 620 (Hela, ekonomska škola)

Izračunajte $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{a-b}{a+b}$.

Rješenje 620

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a.$$

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b} \quad , \quad \frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n} \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

1.inačica

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{a-b}{a+b}=\frac{\sqrt{a}\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{b}\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}\cdot\frac{a-b}{a+b}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2+\sqrt{a\cdot b}-\sqrt{a\cdot b}+\left(\sqrt{b}\right)^2}{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}\cdot\frac{a-b}{a+b}=\frac{a+\sqrt{a\cdot b}-\sqrt{a\cdot b}+b}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a+b}=$$

$$=\frac{a+\sqrt{a\cdot b}-\sqrt{a\cdot b}+b}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a+b}=\frac{a+b}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a+b}=\frac{a+b}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a+b}=1.$$

2.inačica

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{a-b}{a+b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot\frac{a-b}{a+b}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{a-b}{a+b}=$$

$$=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}{a+b}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}{a+b}=$$

$$=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a+b}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a+b}=$$

$$=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a+b}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a+b}=$$

$$=\frac{\sqrt{a}\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a+b}-\frac{\sqrt{b}\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a+b}=\frac{\sqrt{a}\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{b}\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a+b}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2+\sqrt{a\cdot b}-\sqrt{a\cdot b}+\left(\sqrt{b}\right)^2}{a+b}=\frac{a+\sqrt{a\cdot b}-\sqrt{a\cdot b}+b}{a+b}=\frac{a+\sqrt{a\cdot b}-\sqrt{a\cdot b}+b}{a+b}=$$

$$=\frac{a+b}{a+b}=\frac{a+b}{a+b}=1.$$

Vježba 620

Izračunajte $\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{b-a}{a+b}.$

Rezultat: 1.