Zadatak 081 (Vedran, maturant)

Jedan kut u trokutu jednak je $\frac{2}{3}$ drugog kuta i istodobno $\frac{4}{5}$ trećeg. Koliki je najveći kut trokuta?

Rješenje 081

Ponovimo!

Zbroj kutova u trokutu je 180°:

$$\alpha+\beta+\gamma=180^{0}.$$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=\frac{2}{3}\cdot\beta\\ \alpha=\frac{4}{5}\cdot\gamma\\ \alpha+\beta+\gamma=180^{0}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\alpha=\frac{2}{3}\cdot\beta\ /\cdot\frac{3}{2}\\ \alpha=\frac{4}{5}\cdot\gamma\ /\cdot\frac{5}{4}\\ \alpha+\beta+\gamma=180^{0}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\beta=\frac{3}{2}\cdot\alpha\\ \gamma=\frac{5}{4}\cdot\alpha\\ \alpha+\beta+\gamma=180^{0}\end{array}\right\}\Rightarrow\alpha+\frac{3}{2}\cdot\alpha+\frac{5}{4}\cdot\alpha=180^{0}\ /\cdot4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot\alpha+6\cdot\alpha+5\cdot\alpha=720^{0}\Rightarrow 15\cdot\alpha=720^{0}\ /:15\Rightarrow\alpha=48^{0}.$$

Najveći kut je β:

$$\left.\begin{array}{l}\beta=\frac{3}{2}\cdot\alpha\\ \alpha=48^{0}\end{array}\right\}\Rightarrow\beta=\frac{3}{2}\cdot48^{0}\Rightarrow\beta=72^{0}.$$

Vježba 081

Jedan kut u trokutu jednak je $\frac{1}{2}$ drugog kuta i istodobno $\frac{1}{3}$ trećeg. Koliki je najveći kut trokuta?

Rezultat: 90°.

Zadatak 082 (Lidija, ekonomska škola)

Nakon dva uzastopna pojeftinjenja cijena proizvoda se prepolovila. Koliko je bilo prvo pojeftinjenje, ako je drugo bilo 20%?

Rješenje 082

1.inačica

Neka je x početna cijena robe, p prvo pojeftinjenje, a y cijena nakon prvog pojeftinjenja. Tada vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l}x-\frac{p}{100}\cdot x=y\\ y-\frac{20}{100}\cdot y=\frac{x}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)=y\\ \frac{80}{100}\cdot y=\frac{x}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)=y\\ \frac{4}{5}\cdot y=\frac{x}{2}\ /\cdot\frac{5}{4}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)=y\\ y=\frac{5}{8}\cdot x\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)=\frac{5}{8}\cdot x\ /:x\Rightarrow 1-\frac{p}{100}=\frac{5}{8}\Rightarrow-\frac{p}{100}=\frac{5}{8}-1\Rightarrow-\frac{p}{100}=-\frac{3}{8}\ /\cdot(-100)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow p=\frac{300}{8}\Rightarrow p=37.5\%.$$

2.inačica

Zbog jednostavnosti računanja (jer je riječ o postotnom računu) neka je 100 početna cijena robe, a x cijena prije drugog pojeftinjenja. Budući da se nakon dva uzastopna pojeftinjenja cijena proizvoda prepolovila, slijedi:

$$x-\frac{20}{100}\cdot x=50\Rightarrow\frac{80}{100}\cdot x=50\Rightarrow\frac{4}{5}\cdot x=50\ /\cdot\frac{5}{4}\Rightarrow x=\frac{250}{4}\Rightarrow x=62.5.$$

www.halapa.com

Prvo je pojeftinjenje bilo:

$$100 - x = 100 - 62.5 = 37.5\%.$$

Vježba 082

Nakon dva uzastopna pojeftinjenja cijena proizvoda se prepolovila. Koliko je bilo prvo pojeftinjenje, ako je drugo bilo 10%?

Rezultat: 44.44%.

Zadatak 083 (Lidija, ekonomska škola)

U nekom razredu $\frac{3}{4}$ učenika uči engleski, a $\frac{2}{5}$ francuski jezik. Ako svaki učenik uči bar jedan jezik, koliki je postotak učenika koji uče oba jezika?

Rješenje 083

1.inačica

Budući da zbroj razlomaka premašuje jedno cijelo (1 = 100%), slijedi:

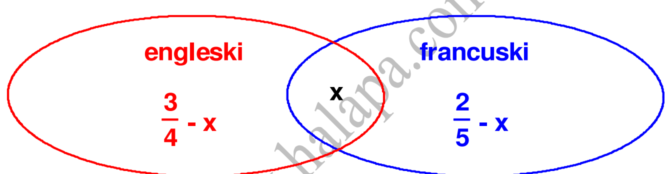
$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20} = 1 + \frac{3}{20} = 1 + \frac{15}{100}.$$

Oba jezika uči 15% učenika.

2.inačica

Shematski je zgodno skupove predstavljati kao dijelove ravnine omeđene zatvorenim krivuljama. To su tzv. Vennovi dijagrami.

Neka je x broj učenika koji uče oba strana jezika.



www.halapa.com

$$\frac{3}{4} - x + x + \frac{2}{5} - x = 1 \Rightarrow \left[1 = \frac{100}{100} = 100\%\right] \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{2}{5} - x = 1 \Rightarrow -x = 1 - \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \Rightarrow -x = \frac{20-15-8}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x = -\frac{3}{20} \ / \cdot (-1) \Rightarrow x = \frac{3}{20} \Rightarrow x = \frac{15}{100} \Rightarrow x = 15\%.$$

Oba jezika uči 15% učenika.

Vježba 083

Nakon dva uzastopna pojeftinjenja cijena proizvoda se prepolovila. Koliko je bilo prvo pojeftinjenje, ako je drugo bilo 10%?

Rezultat: 44.44%.

Zadatak 084 (Tina, maturantica)

Koliko kišnih kapi stane u posudu oblika kocke brida 10 centimetara ako uzmemo da kišna kap ima oblik kuglice promjera $\frac{4}{\sqrt[3]{\pi}}$ milimetara?

Rješenje 084

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n \cdot m}.$$

Kocka (heksaedar) je pravilan poliedar. Ona je omeđena sa šest sukladnik strana koje su kvadrati, ima 8 vrhova i 12 bridova. Obujam (volumen) kocke brida a iznosi

$$V = a^3.$$

Kugla sa središtem S i polumjerom r skup je svih točaka T prostora za koje vrijedi

$$|TS| \le r.$$

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Obujam posude koja ima oblik kocke je:

$$\left. \begin{array}{l} a = 10\ cm = 100\ mm \\ V_p = a^3 \end{array} \right\} \Rightarrow V_p = (100\ mm)^3 \Rightarrow V_p = \left(10^2\ mm\right)^3 \Rightarrow V_p = 10^6\ mm^3.$$

Obujam jedne kišne kapi oblika kuglice kojoj je zadan promjer iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot r = \frac{4}{\sqrt[3]{\pi}}\ mm \ /:2 \\ V_k = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} r = \frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}\ mm \\ V_k = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow V_k = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^3 \cdot \pi \Rightarrow V_k = \frac{4}{3} \cdot \frac{8}{\pi}\ mm^3 \cdot \pi \Rightarrow V_k = \frac{32}{3}\ mm^3.$$

Računamo koliko kišnih kapi stane u posudu:

$$\frac{V_p}{V_k} = \frac{10^6\ mm^3}{\frac{32}{3}\ mm^3} \Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = \frac{3 \cdot 10^6}{32} \Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 10}{2^5} \Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = 3 \cdot \frac{10^5}{2^5} \cdot 10 \Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = 3 \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^5 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = 3 \cdot 5^5 \cdot 10 \Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = 3 \cdot 5^5 \cdot 2 \cdot 5 \Rightarrow \frac{V_p}{V_k} = 6 \cdot 5^6.$$

www.halapa.com

Vježba 084

Koliko kišnih kapi stane u posudu oblika kocke brida 1 centimetar ako uzmemo da kišna kap ima oblik kuglice promjera $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$ milimetara?

Rezultat: $6 \cdot 5^3$.

Zadatak 085 (Renato, srednjoškolac)

Iskopati kanal može Pero za 18 sati, a Jure za 6 sati ako rade svaki za sebe. Za koliko vremena bi iskopali kanal ako rade zajedno?

Rješenje 085

1.inačica

Pero iskopa za 1 sat $\frac{1}{18}$ – ti dio kanala. Jure iskopa za 1 sat $\frac{1}{6}$ – ti dio kanala. Ako bi obojica radili zajedno iskopali bi kanal za x sati, onda bi za 1 sat iskopali $\frac{1}{x}$ – ti dio kanala. Stoga mora biti:

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1+3}{18} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{4}{18} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1}{x} \Rightarrow 2 \cdot x = 9 \ /:2 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = 4.5.$$

Ako rade zajedno kanal bi iskopali za 4.5 sati.

2.inačica

Probleme ovog tipa svodimo na promatranje "količine" događaja u jedinici vremena.

Za 1 sat Pero iskopa $\frac{1}{18}$ – ti dio kanala. Za 1 sat Jure iskopa $\frac{1}{6}$ – ti dio kanala. Zajedno za 1 sat naprave:

$$\frac{1}{18}+\frac{1}{6}=\frac{1+3}{18}=\frac{4}{18}=\frac{2}{9} \text{ posla.}$$

Cijeli posao napravit će za x sati:

$$\frac{2}{9}\cdot x=1\ /\cdot\frac{9}{2} \Rightarrow x=\frac{9}{2} \Rightarrow x=4.5.$$

Ako rade zajedno kanal bi iskopali za 4.5 sati.

Vježba 085

Iskopati kanal može Pero za 18 sati, a Jure za 9 sati ako rade svaki za sebe. Za koliko vremena bi iskopali kanal ako rade zajedno?

Rezultat: 6 h.

Zadatak 086 (Ivan, tehnička škola)

Kad bi svaki učenik u razredu sjedio sam u svojoj klupi nedostajalo bi 11 klupa. A kad bi sjedila po dvojica u klupi, 5 bi klupa bilo suvišnih. Koliko je u razredu učenika, a koliko klupa?

Rješenje 086

Ponovimo!

Zapišimo sljedeće rečenice u obliku matematičkih izraza:

- broj x je za 11 manji od broja y:

$$x + 11 = y \quad \text{ili} \quad y - x = 11 \quad \text{ili} \quad x = y - 11$$

- broj x je za 11 veći od broja y:

$$x - 11 = y \quad \text{ili} \quad x - y = 11 \quad \text{ili} \quad x = y + 11$$

- broj x je dvostruko veći od broja y:

$$x=2\cdot y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{y}=2 \quad \text{ili} \quad \frac{x}{2}=y$$

- broj x je dvostruko manji od broja y:

$$2\cdot x=y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{y}=\frac{1}{2} \quad \text{ili} \quad x=\frac{y}{2}.$$

Označimo slovom x broj učenika, a slovom y broj klupa. Postavimo sustav jednadžbi:

- ako svaki učenik u razredu sjedi sam u svojoj klupi nedostaje 11 klupa:

$$x - y = 11,$$

- ako bi sjedila po dvojica učenika u klupi, 5 bi klupa bilo suvišnih

$$2\cdot(y - 5) = x.$$

Iz sustava jednadžbi slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x-y=11 \\ 2\cdot(y-5)=x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=11 \\ 2\cdot y-10=x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=11 \\ -x+2\cdot y=10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow y=21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=21 \\ x-y=11 \end{array}\right\} \Rightarrow x-21=11 \Rightarrow x=11+21 \Rightarrow x=32.$$

Vježba 086

Kad bi svaki učenik u razredu sjedio sam u svojoj klupi nedostajalo bi 10 klupa. A kad bi sjedila po dvojica u klupi, 5 bi klupa bilo suvišnih. Koliko je u razredu učenika, a koliko klupa?

Rezultat: Učenika je 30, a klupa 20.

www.halapa.com

Zadatak 087 (Mia, maturantica)

Cijena kino ulaznice za odrasle je 28 kn, a za djecu 20 kn. Za jednu kino predstavu prosječna zarada po posjetitelju je bila 26 kn. Koliki je omjer broja odraslih posjetitelja i djece na toj predstavi?

Rješenje 087

Ponovimo!

Aritmetička sredina brojeva a_1, a_2, a_3, …, a_n dana je formulom:

$$A = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}.$$

Označimo slovom x broj odraslih posjetitelja, a slovom y broj djece. Tada je ukupna zarada za jednu kino predstavu

$$28 \cdot x + 20 \cdot y,$$

a ukupan broj posjetitelja

$$x + y.$$

Budući da je prosječna zarada po posjetitelju 26 kn, slijedi:

$$\frac{28 \cdot x + 20 \cdot y}{x + y} = 26 \Rightarrow \frac{28 \cdot x + 20 \cdot y}{x + y} = 26 \; / \cdot (x + y) \Rightarrow 28 \cdot x + 20 \cdot y = 26 \cdot (x + y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 28 \cdot x + 20 \cdot y = 26 \cdot x + 26 \cdot y \Rightarrow 28 \cdot x - 26 \cdot x = 26 \cdot y - 20 \cdot y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x = 6 \cdot y \; / \cdot \frac{1}{2 \cdot y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{6}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{1} \Rightarrow x : y = 3 : 1.$$

Vježba 087

Cijena kino ulaznice za odrasle je 28 kn, a za djecu 20 kn. Za jednu kino predstavu prosječna zarada po posjetitelju je bila 26 kn. Koliki je omjer broja djece i odraslih posjetitelja na toj predstavi?

Rezultat: 1 : 3.

www.halapa.com

Zadatak 088 (Alenka, gimnazija)

Ako se dvoznamenkasti broj podijeli znamenkom jedinica, dobije se kvocijent 5 i ostatak 2, a ako se podijeli zbrojem znamenaka, dobije se kvocijent 3 i ostatak 7. Koji je to broj?

Rješenje 088

Ponovimo!

Za dvoznamenkasti broj $\overline{ab}$ vrijedi:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b,$$

gdje je $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ i $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Označimo slovom a znamenku desetica, a slovom b znamenku jedinica dvoznamenkastog broja.

Iz prve rečenice " Ako se dvoznamenkasti broj podijeli znamenkom jedinica, dobije se kvocijent 5 i ostatak 2, …" slijedi jednadžba:

$$\frac{10 \cdot a + b}{b} = 5 + \frac{2}{b} \Rightarrow \frac{10 \cdot a + b}{b} = 5 + \frac{2}{b} \; / \cdot b \Rightarrow 10 \cdot a + b = 5 \cdot b + 2 \Rightarrow 10 \cdot a + b - 5 \cdot b = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot a - 4 \cdot b = 2 \; / : 2 \Rightarrow 5 \cdot a - 2 \cdot b = 1.$$

Iz druge rečenice "… , a ako se podijeli zbrojem znamenaka, dobije se kvocijent 3 i ostatak 7." slijedi jednadžba:

$$\frac{10 \cdot a + b}{a + b} = 3 + \frac{7}{a + b} \Rightarrow \frac{10 \cdot a + b}{a + b} = 3 + \frac{7}{a + b} \; / \cdot (a + b) \Rightarrow 10 \cdot a + b = 3 \cdot (a + b) + 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot a + b = 3 \cdot a + 3 \cdot b + 7 \Rightarrow 10 \cdot a + b - 3 \cdot a - 3 \cdot b = 7 \Rightarrow 7 \cdot a - 2 \cdot b = 7$$

Tada se zadatak svodi na sustav jednadžbi

$$\left.\begin{array}{l} 5 \cdot a - 2 \cdot b = 1 \\ 7 \cdot a - 2 \cdot b = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5 \cdot a - 2 \cdot b = 1 \; / \cdot (-1) \\ 7 \cdot a - 2 \cdot b = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -5 \cdot a + 2 \cdot b = -1 \\ 7 \cdot a - 2 \cdot b = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot a = 6 \;/:2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 3 \\ 5 \cdot a - 2 \cdot b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 5 \cdot 3 - 2 \cdot b = 1 \Rightarrow 15 - 2 \cdot b = 1 \Rightarrow -2 \cdot b = 1 - 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot b = -14 \;/:(-2) \Rightarrow b = 7.$$

Traženi broj je 37.

Vježba 088

Ako se dvoznamenkasti broj podijeli znamenkom jedinica, dobije se kvocijent 3 i ostatak 6, a ako se podijeli zbrojem znamenaka, dobije se kvocijent 3 i ostatak 0. Koji je to broj?

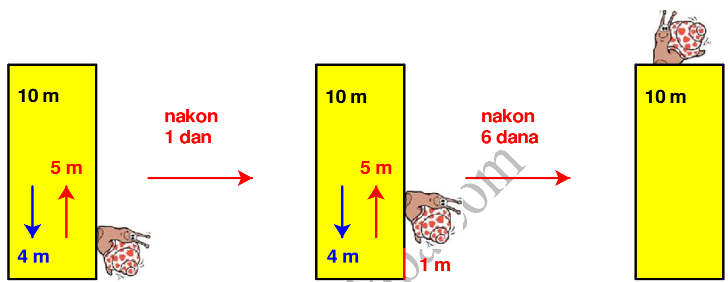
Rezultat: 27.

Zadatak 089 (Robert, srednja škola)

Puž se penje po stupu visokom 10 m. Danju se popne 5 m, a noću se spusti 4 m. Koliko mu dana treba da se popne na vrh stupa?

Rješenje 089

Danju se puž popne po stupu 5 m, a noću spusti 4 m. Znači da se tijekom jednog dana (24 h) puž popne po stupu 1 m (5 m – 4 m). Nakon 5 dana bit će na visini 5 m. Šesti dan popet će se na vrh stupa koji je visok 10 m.



www.halapa.com

Vježba 089

Puž se penje po stupu visokom 12 m. Danju se popne 2 m, a noću se spusti 1 m. Koliko mu dana treba da se popne na vrh stupa?

Rezultat: 11 dana.

Zadatak 090 (Iva, srednja škola)

Marko je pustio puža po stupu visokom 12 metara. Puž se danju popne 2 m, a noću spusti 1 m. Jedan dan kasnije Iva ☺ je pustila drugog puža po istom stupu koji se danju popne 4 m, a noću spusti 3 m. Čiji će puž prvi stići na vrh stupa, Markov ili Ivin?

Rješenje 090

Markov puž danju se popne 2 m, a noću spusti 1 m. Znači da se tijekom jednog dana (24 h) popne po stupu 1 m (2 m – 1 m). Za 10 dana puž će biti na visini 10 m (još mu nedostaju 2 m do vrha stupa). Jedanaestog dana popet će se na vrh stupa. Dakle, Markovom pužu treba 11 dana da se popne na vrh stupa.

Ivin puž danju se popne 4 m, a noću spusti 3 m. Znači da se tijekom jednog dana (24 h) popne po stupu 1 m (4 m – 3 m). Za 8 dana puž će biti na visini 8 m (još mu nedostaju 4 m do vrha stupa). Devetog dana popet će se na vrh stupa. Budući da je Iva pustila puža jedan dan kasnije ukupno će njezinom pužu trebati 10 dana. Ivin puž prvi će stići na vrh stupa. Bravooo Iva! ☺

Vježba 090

Marko je pustio puža po stupu visokom 12 metara. Puž se danju popne 2 m, a noću spusti 1 m. Dva dana kasnije Iva ☺ je pustila drugog puža po istom stupu koji se danju popne 4 m, a noću spusti 3 m. Čiji će puž prvi stići na vrh stupa, Markov ili Ivin?

Rezultat: Oba će stići istodobno.

Zadatak 091 (Ivica, srednja škola)

Dvije kruške imaju zajedno 100 grama. Veća kruška i uteg od 30 grama u ravnoteži su s manjom kruškom i utegom od 40 grama. Koliko teži svaka kruška?

Rješenje 091

1.inačica

Neka je x masa veće kruške, a y masa manje kruške. Budući da zajedno imaju 100 grama, vrijedi jednakost

$$x + y = 100.$$

Masu veće kruške i utega od 30 grama zapisujemo u obliku

$$x + 30,$$

a masu manje kruške i utega od 40 grama zapisujemo u obliku

$$y + 40.$$

Budući da su one (mase) u ravnoteži, slijedi

$$x + 30 = y + 40.$$

Iz sustava od dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice izračuna se masa krušaka.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 100 \\ x + 30 &= y + 40 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x + y &= 100 \\ x - y &= 40 - 30 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x + y &= 100 \\ x - y &= 10 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x = 110 \Rightarrow 2 \cdot x = 110 \; /:2 \Rightarrow x = 55 \Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= 55 \\ x + y &= 100 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 55 + y = 100 \Rightarrow y = 100 - 55 \Rightarrow y = 45.$$

Masa veće kruške je 55 grama, a manje 45 grama.

2.inačica

Označimo slovom x masu veće kruške. Budući da dvije kruške imaju zajedno 100 grama, manja kruška imat će masu

$$100 - x.$$

Masu veće kruške i utega od 30 grama zapisujemo u obliku

$$x + 30,$$

a masu manje kruške i utega od 40 grama zapisujemo u obliku

$$100 - x + 40.$$

Budući da su one (mase) u ravnoteži, slijedi

$$x + 30 = 100 - x + 40.$$

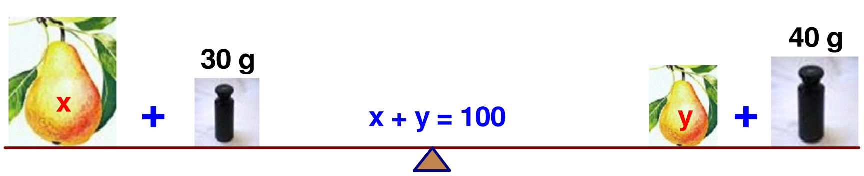
Rješenje linearne jednadžbe je masa veće kruške.

$$x + 30 = 100 - x + 40 \Rightarrow x + x = 100 + 40 - 30 \Rightarrow 2 \cdot x = 110 \Rightarrow 2 \cdot x = 110 \; /:2 \Rightarrow x = 55.$$

Masa manje kruške iznosi:

$$100 - x = 100 - 55 = 45.$$

Masa veće kruške je 55 grama, a manje 45 grama.



Vježba 091

Dvije kruške imaju zajedno 100 grama. Veća kruška i uteg od 20 grama u ravnoteži su s manjom kruškom i utegom od 30 grama. Koliko teži svaka kruška?

Rezultat: 55 g, 45 g.

www.halapa.com

Zadatak 092 (Nikolina, gimnazija)

U tri košare nalaze se jabuke. U svakoj košari se nalazi najviše 15 jabuka, te ne postoje dvije košare s istim brojem jabuka. Ako je ukupan broj jabuka u sve tri košare jednak 41, koliko se ukupno jabuka nalazi u košari s najviše i u košari s najmanje jabuka?

Rješenje 092

Ako je ukupan broj jabuka u sve tri košare jednak 41, tada je u svakoj košari, u prosjeku, 14 jabuka:

$$41 : 3 = 13.66\ldots \approx 14$$
$$11$$
$$20$$
$$20$$
$$2$$

Budući da je u svakoj košari najviše 15 jabuka, te ne postoje dvije košare s istim brojem jabuka, metodom pogađanja dobije se rezultat. Gledaj tablicu!

1.košara	2.košara	3.košara	Ukupno
13	14	15	42
12	**14**	**15**	**41**
12	13	15	40

U prvoj košari nalazi se 12 jabuka, u drugoj 14, a u trećoj 15 jabuka. U košari s najviše i u košari s najmanje jabuka ima ukupno

$$12 + 15 = 27$$

jabuka.

Vježba 092

U tri košare nalaze se jabuke. U svakoj košari se nalazi najviše 15 jabuka, te ne postoje dvije košare s istim brojem jabuka. Ako je ukupan broj jabuka u sve tri košare jednak 42, koliko se ukupno jabuka nalazi u košari s najviše i u košari s najmanje jabuka?

Rezultat: 28 jabuka.

www.halapa.com

Zadatak 093 (Matija, srednja škola)

Josip put od kuće do dućana prevali 4 puta brže na biciklu negoli pješice. Ako u dućan dođe biciklom i vrati se doma pješice za ukupno 20 minuta, u kojem bi vremenu prevalio isti put da je u oba smjera išao biciklom?

Rješenje 093

Ponovimo!

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je

a – prvi član omjera
b – drugi član omjera
k – vrijednost (količnik) omjera.

Vrijednost omjera se ne mijenja ako se članovi omjera pomnože (proširenje omjera) ili podijele (skraćivanje omjera) s nekim brojem različitim od nule.

$$a : b = k \;\Rightarrow\; (a \cdot c) : (b \cdot c) = k \quad , \quad a : b = k \;\Rightarrow\; (a : d) : (b : d) = k.$$

1.inačica

Neka je x vrijeme za koje Josip pješice prevali put od kuće do dućana. Neka je y vrijeme za koje biciklom prevali put od kuće do dućana.

Budući da put od kuće do dućana prevali 4 puta brže na biciklu negoli pješice, vrijedi:

$$x = 4 \cdot y.$$

Iz uvjeta da u dućan dođe biciklom i vrati se doma pješice za ukupno 20 minuta, slijedi jednadžba:

$$y + x = 20.$$

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{aligned} x &= 4 \cdot y \\ y + x &= 20 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow y + 4 \cdot y = 20 \Rightarrow 5 \cdot y = 20 \;/:5 \Rightarrow y = 4.$$

Ako Josip u oba smjera ide biciklom, treba mu

$$2 \cdot y = 2 \cdot 4 = 8 \text{ min}.$$

2.inačica

Uočimo da se vremena za koje Josip ide pješice i za koje se vozi biciklom, od doma do dućana, odnose kao

$$4 : 1.$$

Proširimo omjer sa 4.

$$4 : 1 = (4 \cdot 4) : (1 \cdot 4) = 16 : 4.$$

Budući da je

$$16 + 4 = 20,$$

znači da Josip treba 16 minuta za pješačenje od doma do dućana, a 4 minute za vožnju biciklom na istom putu. Ako se vozi u oba smjera biciklom treba mu

$$2 \cdot 4 \text{ min} = 8 \text{ min}.$$

Vježba 093

Josip put od kuće do dućana prevali 4 puta brže na biciklu negoli pješice. Ako u dućan dođe biciklom i vrati se doma pješice za ukupno 30 minuta, u kojem bi vremenu prevalio isti put da je u oba smjera išao biciklom?

Rezultat: 12 min.

www.halapa.com

Zadatak 094 (Petar, srednja škola)

Umnožak četiriju uzastopnih cijelih brojeva uvećan za 1 potpuni je kvadrat. Dokaži!

Rješenje 094

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

Budući da cijeli brojevi rastu za jedan, četiri uzastopna cijela broja možemo zapisati na više načina:

$$n-3,\ n-2,\ n-1,\ n \quad , \quad n-2,\ n-1,\ n,\ n+1 \quad , \quad n-1,\ n,\ n+1,\ n+2 \quad , \quad n,\ n+1,\ n+2,\ n+3.$$

1.inačica

$$(n-3) \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n + 1 = (n-3) \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-1) + 1 =$$

$$= \left(n^2 - 3 \cdot n\right) \cdot \left(n^2 - n - 2 \cdot n + 2\right) + 1 = \left(n^2 - 3 \cdot n\right) \cdot \left(n^2 - 3 \cdot n + 2\right) + 1 = \left(n^2 - 3 \cdot n\right) \cdot \left(\left(n^2 - 3 \cdot n\right) + 2\right) + 1 =$$

$$= \left(n^2 - 3 \cdot n\right)^2 + 2 \cdot \left(n^2 - 3 \cdot n\right) + 1 = \left(n^2 - 3 \cdot n + 1\right)^2 = \underbrace{\left(n^2 - 3 \cdot n + 1\right)^2}_{\text{kvadrat broja}}.$$

2.inačica

$$(n-2) \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n+1) + 1 = (n-2) \cdot (n+1) \cdot (n-1) \cdot n + 1 =$$

$$= \left(n^2 + n - 2 \cdot n - 2\right) \cdot \left(n^2 - n\right) + 1 = \left(n^2 - n - 2\right) \cdot \left(n^2 - n\right) + 1 = \left(\left(n^2 - n\right) - 2\right) \cdot \left(n^2 - n\right) + 1 =$$

$$=\left(n^2-n\right)^2-2\cdot\left(n^2-n\right)+1=\left(n^2-n-1\right)^2=\underbrace{\left(n^2-n-1\right)^2}_{\text{kvadrat broja}}.$$

3.inačica

$$\left(n-1\right)\cdot n\cdot\left(n+1\right)\cdot\left(n+2\right)+1=\left(n-1\right)\cdot\left(n+2\right)\cdot n\cdot\left(n+1\right)+1=$$

$$=\left(n^2+2\cdot n-n-2\right)\cdot\left(n^2+n\right)+1=\left(n^2+n-2\right)\cdot\left(n^2+n\right)+1=\left(\left(n^2+n\right)-2\right)\cdot\left(n^2+n\right)+1=$$

$$=\left(n^2+n\right)^2-2\cdot\left(n^2+n\right)+1=\left(n^2+n-1\right)^2=\underbrace{\left(n^2+n-1\right)^2}_{\text{kvadrat broja}}.$$

4.inačica

$$n\cdot\left(n+1\right)\cdot\left(n+2\right)\cdot\left(n+3\right)+1=n\cdot\left(n+3\right)\cdot\left(n+1\right)\cdot\left(n+2\right)+1=$$

$$=\left(n^2+3\cdot n\right)\cdot\left(n^2+2\cdot n+n+2\right)+1=\left(n^2+3\cdot n\right)\cdot\left(n^2+3\cdot n+2\right)+1=\left(n^2+3\cdot n\right)\cdot\left(\left(n^2+3\cdot n\right)+2\right)+1=$$

$$=\left(n^2+3\cdot n\right)^2+2\cdot\left(n^2+3\cdot n\right)+1=\left(n^2+3\cdot n+1\right)^2=\underbrace{\left(n^2+3\cdot n+1\right)^2}_{\text{kvadrat broja}}.$$

Vježba 094

Umnožak dva uzastopna cijela broja uvećan za manji od tih brojeva i za broj 1 potpuni je kvadrat. Dokaži!

Rezultat: Dokaz analogan.

www.nalapa.com

Zadatak 095 (Mimi, srednja škola)

Djelatnik A primio je za određen broj dana rada 6000 kn, a B koji je radio 5 dana manje, primio je 4800 kn. Kad bi A izostao 5 dana sa posla, a B radio onoliko dana koliko je A stvarno radio, tada bi B primio 1900 kn više nego A. Koliko je dana radio svaki od njih?

Rješenje 095

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj x za a veći od broja y? Postoje tri inačice:

$$x-a=y \quad , \quad x=y+a \quad , \quad x-y=a.$$

Neka je djelatnik A radio x dana za dnevnu zaradu od y kuna. Njegova zarada je:

$$x\cdot y=6000.$$

Djelatnik B je radio 5 dana manje, x – 5 dana, za dnevnu zaradu od z kuna. Njegova zarada je:

$$\left(x-5\right)\cdot z=4800.$$

Kad bi A izostao 5 dana s posla, a B radio onoliko dana koliko je A stvarno radio, tada bi B primio 1900 kn više nego A. Vrijedi jednadžba:

$$x\cdot z-\left(x-5\right)\cdot y=1900.$$

Rješavamo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} x\cdot y=6000 \\ \left(x-5\right)\cdot z=4800 \\ x\cdot z-\left(x-5\right)\cdot y=1900 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=\dfrac{6000}{x} \\ z=\dfrac{4800}{x-5} \\ x\cdot z-\left(x-5\right)\cdot y=1900 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda} \\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x\cdot\frac{4800}{x-5}-(x-5)\cdot\frac{6000}{x}=1900\ \Rightarrow\ 4800\cdot\frac{x}{x-5}-6000\cdot\frac{x-5}{x}=1900\ /:100\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 48\cdot\frac{x}{x-5}-60\cdot\frac{x-5}{x}=19\ \Rightarrow\ \left[\begin{array}{c}\text{supstitucija}\\ \frac{x-5}{x}=t\ ,\ \ \frac{x}{x-5}=\frac{1}{t}\end{array}\right]\ \Rightarrow\ 48\cdot\frac{1}{t}-60\cdot t=19\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 48\cdot\frac{1}{t}-60\cdot t=19\ /\cdot t\ \Rightarrow\ 48-60\cdot t^2=19\cdot t\ \Rightarrow\ -60\cdot t^2-19\cdot t+48=0\ /\cdot(-1)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 60\cdot t^2+19\cdot t-48=0\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}60\cdot t^2+19\cdot t-48=0\\ a=60\ ,\ b=19\ ,\ c=-48\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}a=60\ ,\ b=19\ ,\ c=-48\\ t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{array}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-19\pm\sqrt{361-4\cdot 60\cdot(-48)}}{2\cdot 60}\ \Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-19\pm\sqrt{361+11520}}{120}\ \Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-19\pm\sqrt{11881}}{120}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-19\pm 109}{120}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}t_1=\frac{-19+109}{120}\\ t_2=\frac{-19-109}{120}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}t_1=\frac{90}{120}\\ t_2=-\frac{128}{120}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}t_1=\frac{3}{4}\\ t_2=-\frac{16}{15}\end{array}\right\}.$$

Vraćamo se supstituciji:

- $$\left.\begin{array}{l}\frac{x-5}{x}=t\\ t=\frac{3}{4}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \frac{x-5}{x}=\frac{3}{4}\ \Rightarrow\ 4\cdot(x-5)=3\cdot x\ \Rightarrow\ 4\cdot x-20=3\cdot x\ \Rightarrow\ 4\cdot x-3\cdot x=20\ \Rightarrow\ x=20.$$

Djelatnik A radio je 20 dana, a djelatnik B

$$x-5=20-5=15$$

dana.

- $$\left.\begin{array}{l}\frac{x-5}{x}=t\\ t=-\frac{16}{15}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \frac{x-5}{x}=-\frac{16}{15}\ \Rightarrow\ 15\cdot(x-5)=-16\cdot x\ \Rightarrow\ 15\cdot x-75=-16\cdot x\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 15\cdot x+16\cdot x=75\ \Rightarrow\ 31\cdot x=75\ /\cdot\frac{1}{31}\ \Rightarrow\ x=\frac{75}{31}\ \text{nema smisla}.$$

Vježba 095

Djelatnik A primio je za određen broj dana rada 6000 kn, a B koji je radio 5 dana manje, primio je 4800 kn. Kad bi A izostao 5 dana sa posla, a B radio onoliko dana koliko je A stvarno radio, tada bi B primio 1900 kn više nego A. Kolika im je nadnica?

Rezultat: 300 kn, 320 kn.

Zadatak 096 (Amela, studentica)

Test na prijamnom ispitu sadrži 40 zadataka. Za svaki točan odgovor dobiva se 15 bodova, za netočan se gubi 4 boda. Pristupnik je odgovorio na sva pitanja. Koliko je imao točnih odgovora ako je osvojio 410 bodova?

Rješenje 096

1.inačica

Označimo slovom x broj točnih odgovora na koja je pristupnik odgovorio. Tada je 40 – x broj netočnih odgovora. Budući da je pristupnik osvojio 410 bodova, vrijedi:

www.halapa.com

$$15 \cdot x - 4 \cdot (40 - x) = 410 \Rightarrow 15 \cdot x - 160 + 4 \cdot x = 410 \Rightarrow 15 \cdot x + 4 \cdot x = 410 + 160 \Rightarrow 19 \cdot x = 570 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot x = 570 \ /:19 \Rightarrow x = 30.$$

Pristupnik je odgovorio točno na 30 pitanja.

2.inačica

Neka je x broj točnih, a y broj netočnih odgovora. Postavimo jednadžbe!
Pristupnik je odgovorio na 40 pitanja:

$$x + y = 40,$$

a osvojio je ukupno 410 bodova:

$$15 \cdot x - 4 \cdot y = 410.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se x:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 40 \\ 15 \cdot x - 4 \cdot y = 410 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + y = 40 \ / \cdot 4 \\ 15 \cdot x - 4 \cdot y = 410 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4 \cdot x + 4 \cdot y = 160 \\ 15 \cdot x - 4 \cdot y = 410 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot x = 570 \ /:19 \Rightarrow x = 30.$$

Pristupnik je odgovorio točno na 30 pitanja.

Vježba 096

Test na prijamnom ispitu sadrži 30 zadataka. Za svaki točan odgovor dobiva se 15 bodova, za netočan se gubi 4 boda. Pristupnik je odgovorio na sva pitanja. Koliko je imao točnih odgovora ako je osvojio 260 bodova?

Rezultat: 20.

Zadatak 097 (Ekipa, TUPŠ)

Svemirska sonda putuje prema planetu udaljenom $4 \cdot 10^9$ km od Zemlje. Nakon što je prošla četvrtinu puta, izgubila je vezu s bazom na Zemlji. Veza je ponovno uspostavljena na udaljenosti $1.3 \cdot 10^9$ km od Zemlje. Koliko je kilometara sonda preletjela bez kontakta s bazom?

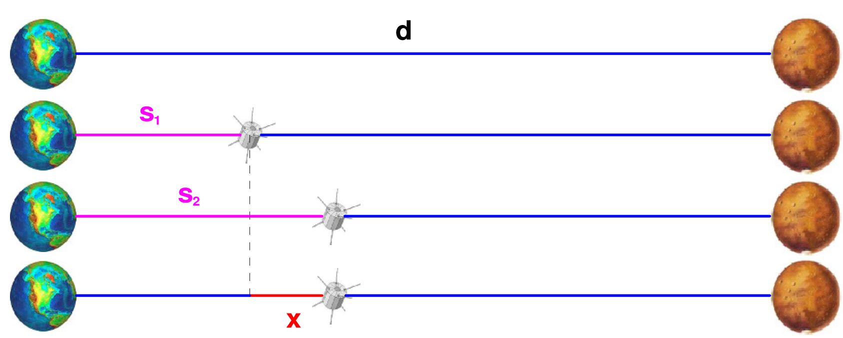
A. $3 \cdot 10^8$ km B. $3 \cdot 10^7$ km C. 130 km D. 13 km

Rješenje 097

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

www.halapa.com



Sa slika vidi se:

$$d = 4 \cdot 10^9 \ km \quad , \quad s_1 = \frac{1}{4} \cdot d = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 10^9 \ km = 1 \cdot 10^9 \ km \quad , \quad s_2 = 1.3 \cdot 10^9 \ km \quad , \quad x = ?$$

Bez kontakta s bazom sonda je preletjela x kilometara:

$$x = s_2 - s_1 \Rightarrow x = 1.3 \cdot 10^9 \ km - 1 \cdot 10^9 \ km \Rightarrow x = 0.3 \cdot 10^9 \ km \Rightarrow x = 0.3 \cdot 10 \cdot 10^8 \ km \Rightarrow x = 3 \cdot 10^8 \ km.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 097

Svemirska sonda putuje prema planetu udaljenom $4 \cdot 10^9$ km od Zemlje. Nakon što je prošla polovicu puta, izgubila je vezu s bazom na Zemlji. Veza je ponovno uspostavljena na udaljenosti $2.3 \cdot 10^9$ km od Zemlje. Koliko je kilometara sonda preletjela bez kontakta s bazom?

A. $3 \cdot 10^8$ km B. $3 \cdot 10^7$ km C. 130 km D. 13 km

Rezultat: Odgovor je pod A.

Zadatak 098 (Ivana, THK)

Obrtnik prodaje suvenire. Ukoliko ništa ne proizvede, njegovi su troškovi 1000 kn. Cijena suvenira je 25 kn, a trošak po jednom suveniru 5 kn.
a) Kolika je najmanja količina suvenira koju obrtnik treba prodati da bi pokrio svoje troškove?
b) Koliko najmanje suvenira treba prodati da bi njegova dobit bila barem 5000 kn?

Rješenje 098

Neka je x broj suvenira koje obrtnik proizvede. Budući da je cijena po komadu 25 kn, zarada iznosi

$$25 \cdot x.$$

Fiksni trošak obrtnika je 1000 kn, a trošak po jednom suveniru 5 kn. Ukupni troškovi su

$$1000 + 5 \cdot x.$$

a)
Najmanja količina suvenira, koje obrtnik mora prodati da bi pokrio svoje troškove, iznosi:

$$25 \cdot x = 1000 + 5 \cdot x \Rightarrow 25 \cdot x - 5 \cdot x = 1000 \Rightarrow 20 \cdot x = 1000 \Rightarrow 20 \cdot x = 1000 \; /:20 \Rightarrow x = 50.$$

b)
Najmanja količina suvenira, koje obrtnik mora prodati, uz zadane uvjete, da bi njegova dobit bila barem 5000 kn, iznosi:

$$25 \cdot x = 1000 + 5 \cdot x + 5000 \Rightarrow 25 \cdot x - 5 \cdot x = 1000 + 5000 \Rightarrow 20 \cdot x = 6000 \Rightarrow 20 \cdot x = 6000 \; /:20 \Rightarrow x = 300.$$

www.halapa.com

Vježba 098

Obrtnik prodaje suvenire. Ukoliko ništa ne proizvede, njegovi su troškovi 1000 kn. Cijena suvenira je 15 kn, a trošak po jednom suveniru 5 kn. Kolika je najmanja količina suvenira koju obrtnik treba prodati da bi pokrio svoje troškove?

Rezultat: 100.

Zadatak 099 (Valentina, srednja škola)

U trima paketima različitih masa stiglo je 64.2 kg naranči. Masa drugoga paketa jednaka je $\frac{4}{5}$ mase prvoga paketa, a masa trećega paketa je $\frac{17}{40}$ mase drugoga paketa.
a) Koliki je postotak naranči u trećem paketu u odnosu na prvi paket?
b) Kolika je masa drugoga paketa?

Rješenje 099

Ponovimo!
Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.
Na primjer,

$$9\ \% = \frac{9}{100} \quad , \quad 81\ \% = \frac{81}{100} \quad , \quad 4.5\ \% = \frac{4.5}{100} \quad , \quad 547\ \% = \frac{547}{100} \quad , \quad p\ \% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa $\frac{a}{b}$ od x ? Odgovor je: $\frac{a}{b} \cdot x.$

Kako se računa postotak broja a u odnosu na broj b? Odgovor je: $\frac{a}{b} \cdot 100\,\%.$

Neka je x masa prvoga paketa. Tada je:

- masa drugoga paketa jednaka $\frac{4}{5}$ mase prvoga paketa:

$$\frac{4}{5} \cdot x$$

- masa trećega paketa jednaka $\frac{17}{40}$ mase drugoga paketa:

$$\frac{17}{40} \cdot \frac{4}{5} \cdot x = \frac{17}{40} \cdot \frac{4}{5} \cdot x = \frac{17}{10} \cdot \frac{1}{5} \cdot x = \frac{17}{50} \cdot x.$$

Postavimo linearnu jednadžbu.

$$x + \frac{4}{5} \cdot x + \frac{17}{50} \cdot x = 64.2 \Rightarrow x + \frac{4}{5} \cdot x + \frac{17}{50} \cdot x = 64.2 \;/ \cdot 50 \Rightarrow 50 \cdot x + 40 \cdot x + 17 \cdot x = 3210 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 107 \cdot x = 3210 \Rightarrow 107 \cdot x = 3210 \;/ : 107 \Rightarrow x = 30.$$

Mase paketa su:

- prvi paket

$$x = 30\ kg$$

- drugi paket

$$\frac{4}{5} \cdot 30\ kg = 24\ kg$$

- treći paket

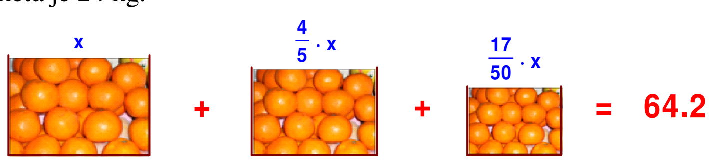
$$\frac{17}{50} \cdot 30\ kg = 10.2\ kg.$$

www.halapa.com

a) Postotak naranči u trećem paketu u odnosu na prvi paket iznosi:

$$\frac{10.2}{30} \cdot 100\,\% = 0.34 \cdot 100\,\% = 34\,\%.$$

b) Masa drugog paketa je 24 kg.



Vježba 099

U trima paketima različitih masa stiglo je 64.2 kg naranči. Masa drugoga paketa jednaka je $\frac{4}{5}$ mase prvoga paketa, a masa trećega paketa je $\frac{17}{40}$ mase drugoga paketa. Kolika je masa trećeg paketa?

Rezultat: 10.2 kg.

Zadatak 100 (Sanja, gimnazija)

U nekom razredu na kraju školske godine nitko nije dobio ocjenu odličan iz matematike. Svaki šesti učenik bio je vrlo dobar, svaki treći dovoljan, a svaki deveti nedovoljan. Broj učenika je između 20 i 40. Koliko je učenika dobilo ocjenu dobar i koliko je bilo učenika u razredu?

Rješenje 100

Neka je x broj učenika u razredu, a y broj učenika sa ocjenom dobar iz matematike. Zbog uvjeta zadatka slijedi:

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{3}+\frac{x}{9}+y=x \Rightarrow \frac{x}{6}+\frac{x}{3}+\frac{x}{9}+y=x \;/\cdot 18 \Rightarrow 3\cdot x+6\cdot x+2\cdot x+18\cdot y=18\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18\cdot y=18\cdot x-3\cdot x-6\cdot x-2\cdot x \Rightarrow 18\cdot y=7\cdot x \Rightarrow 18\cdot y=7\cdot x \;/:18 \Rightarrow y=\frac{7\cdot x}{18}.$$

Budući da je broj učenika između 20 i 40, mora biti

$$x,\ y\in\{21,\ 22,\ 23,\ \ldots,\ 39\}.$$

Brojnik 7 · x djeljiv je sa 18 za x = 36 pa je broj učenika u razredu 36, a sa ocjenom dobar ima

$$y=\frac{7\cdot 36}{18}=14$$

učenika.

www.halapa.com

Vježba 100

U nekom razredu na kraju školske godine nitko nije dobio ocjenu odličan iz matematike. Svaki šesti učenik bio je vrlo dobar, svaki treći dovoljan, a svaki deveti nedovoljan. Broj učenika je između 10 i 20. Koliko je bilo učenika u razredu?

Rezultat: 18.