

Zadatak 101 (Maturanti, HTT)

Koliki kut zatvaraju velika i mala kazaljka na satu točno u četiri sata?

- A) 30^0 B) 60^0 C) 120^0 D) 150^0

Rješenje 101

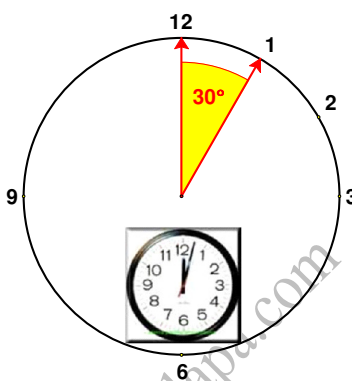
Kada satna kazaljka jednom obiđe brojčanik (opisala je puni kut od 360°) prošlo je 12 sati. Znači za 1 sat opisala je kut

$$\frac{360^0}{12} = 30^0.$$

Traženi kut iznosi:

$$\alpha = \frac{360^0}{12} \cdot 4 = 30^0 \cdot 4 = 120^0.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 101**

Koliki kut zatvaraju velika i mala kazaljka na satu točno u dva sata?

- A) 30^0 B) 60^0 C) 120^0 D) 150^0

Rezultat: B.

Zadatak 102 (Maturanti, HTT)

Sat zaostaje 6 minuta. Minutnu kazaljku trebalo bi pomaknuti prema naprijed za kut od:

- A) 12^0 B) 24^0 C) 36^0 D) 42^0

Rješenje 102

Kada minutna kazaljka jednom obiđe brojčanik (opisala je puni kut od 360°) prošao je 1 sat, tj. 60 minuta.

Znači za 1 minutu opisala je kut

$$\frac{360^0}{60} = 6^0.$$

Traženi kut iznosi:

$$\alpha = \frac{360^0}{60} \cdot 6 = 6^0 \cdot 6 = 36^0.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 102

Sat zaostaje 3 minute. Minutnu kazaljku trebalo bi pomaknuti prema naprijed za kut od:

- A) 12^0 B) 14^0 C) 16^0 D) 18^0

Rezultat: D.

Zadatak 103 (Ava, učiteljska akademija)

Pitagora je bio poznati grčki matematičar rodom sa otoka Samosa. Imao je svoju školu. Jednom prilikom pitali su ga koliko učenika ima njegova škola. Odgovorio je: Jedna polovina uči matematiku, polovina od polovine uči glazbu, sedmina provodi vrijeme u šutnji, a još su i tri žene.

a) Koliko je učenika bilo u školi?

b) Koliko učenika uči matematiku, koliko glazbu, a koliko njih šuti?

Rješenje 103

Ponovimo!

Kako zapisati $\frac{1}{2}$ od x ? Odgovor: $\frac{1}{2} \cdot x$.

Kako zapisati $\frac{1}{3}$ od x ? Odgovor: $\frac{1}{3} \cdot x$.

Kako zapisati $\frac{1}{n}$ od x ? Odgovor: $\frac{1}{n} \cdot x$.

Neka je x broj učenika Pitagorine škole. (Pretpostavimo da tada nije bilo 'markiranja' u školama) ☺

Zapišimo sljedeće rečenice u obliku matematičkih izraza:

- "Jedna polovina uči matematiku, ..."

$$\frac{1}{2} \cdot x.$$

- "... polovina od polovine uči glazbu, ..."

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x.$$

- "... sedmina provodi vrijeme u šutnji, ..."

$$\frac{1}{7} \cdot x.$$

- "... a još su i tri žene."

$$3.$$

Zato je

$$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + 3 = x.$$

Riješimo jednadžbu tako da je najprije pomnožimo zajedničkim nazivnikom:

$$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + 3 = x \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + 3 = x \quad / \cdot 28 \Rightarrow 14 \cdot x + 7 \cdot x + 4 \cdot x + 84 = 28 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14 \cdot x + 7 \cdot x + 4 \cdot x - 28 \cdot x = -84 \Rightarrow -3 \cdot x = -84 \Rightarrow -3 \cdot x = -84 \quad / : (-3) \Rightarrow x = 28.$$

a)

U školi je bilo 28 učenika.

b)

Matematiku uči:

$$\frac{1}{2} \cdot 28 = 14 \text{ učenika.}$$

Glazbu uči:

$$\frac{1}{4} \cdot 28 = 7 \text{ učenika.}$$

Ništa ne uči (samo šute ☺):

$$\frac{1}{7} \cdot 28 = 4 \text{ učenika.}$$



Vježba 103

Nemam svoju školu, ali radim u državnoj. Kada bi me Ava pitala koliko učenika imam u razredu odgovorio bih: Jedna polovina uči dobro matematiku, jedna trećina su jako dobri u matematici, a četiri učenika su slaba i nikada se ne 'gase' na satu. ☺ Koliko je učenika u razredu?

Rezultat: 24.

Zadatak 104 (Ava, učiteljska akademija)

Na nekom ispitu iz matematike trebalo je riješiti 30 zadataka. Za svaki točno riješen zadatak učenik je dobio 5 bodova, za djelomično riješen zadatak 3 boda, a za netočan i neriješen zadatak učeniku se oduzimalo 2 boda. Koliko je zadataka riješio točno, koliko djelomično, a koliko netočno učenik koji je sakupio 95 bodova pri čemu je za točno riješene i netočno sakupio 65 bodova?

Rješenje 104

1. inačica

Neka je x broj točno riješenih zadataka, y broj djelomično riješenih zadataka, a z broj neriješenih i netočno riješenih zadataka.

Budući da je ukupno zadano 30 zadataka, možemo postaviti jednadžbu:

$$x + y + z = 30.$$

Za svaki točno riješeni zadatak učenik je dobio 5 bodova, za djelomično riješen zadatak 3 boda, za netočan i neriješen zadatak učeniku se oduzimalo 2 boda pa je na kraju sakupio 95 bodova. Tom uvjetu odgovara sljedeća jednadžba:

$$5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z = 95.$$

Samo za točno riješene i netočno učenik je sakupio 65 bodova pa odgovarajuća jednadžba glasi:

$$5 \cdot x - 2 \cdot z = 65.$$

Dobili smo sustav od tri jednadžbe sa tri nepoznanice.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ 5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z = 95 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\}.$$

Oduzmemo od druge jednadžbe treću da bismo izračunali y , broj djelomično riješenih zadataka.

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z = 95 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow 5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z - (5 \cdot x - 2 \cdot z) = 95 - 65 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z - 5 \cdot x + 2 \cdot z = 30 \Rightarrow 5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z - 5 \cdot x + 2 \cdot z = 30 \Rightarrow 3 \cdot y = 30 \Rightarrow$$

$$3 \cdot y = 30 \text{ / : } 3 \Rightarrow y = 10.$$

Računamo nepoznanice x i z .

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \\ y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 10 + z = 30 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + z = 30 - 10 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + z = 20 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + z = 20 \quad /: 2 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot x + 2 \cdot z = 40 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot z = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow 7 \cdot x = 105 \Rightarrow 7 \cdot x = 105 \quad /: 7 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + z = 20 \\ x = 15 \end{array} \right\} \Rightarrow 15 + z = 20 \Rightarrow z = 20 - 15 \Rightarrow z = 5.$$

Učenik je riješio točno 15 zadataka, djelomično 10 zadataka, a netočno je bilo 5 zadataka.

2. inačica

Neka je x broj točno riješenih zadataka, a y broj djelomično riješenih zadataka. Budući da je zadano 30 zadataka, slijedi da netočnih zadataka ima:

$$30 - x - y.$$

Za svaki točno riješeni zadatak učenik je dobio 5 bodova, za djelomično riješen zadatak 3 boda, za netočan i neriješen zadatak učeniku se oduzimalo 2 boda pa je na kraju sakupio 95 bodova. Tom uvjetu odgovara sljedeća jednačica:

$$5 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot (30 - x - y) = 95 \Rightarrow 5 \cdot x + 3 \cdot y - 60 + 2 \cdot x + 2 \cdot y = 95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x + 3 \cdot y + 2 \cdot x + 2 \cdot y = 95 + 60 \Rightarrow 7 \cdot x + 5 \cdot y = 155.$$

Samo za točno riješene i netočno učenik je sakupio 65 bodova pa odgovarajuća jednačica glasi:

$$5 \cdot x - 2 \cdot (30 - x - y) = 65 \Rightarrow 5 \cdot x - 60 + 2 \cdot x + 2 \cdot y = 65 \Rightarrow 5 \cdot x + 2 \cdot x + 2 \cdot y = 65 + 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x + 2 \cdot y = 125.$$

Dobili smo sustav od dvije jednačice sa dvije nepoznanice.

$$\left. \begin{array}{l} 7 \cdot x + 5 \cdot y = 155 \\ 7 \cdot x + 2 \cdot y = 125 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 7 \cdot x + 5 \cdot y = 155 \\ 7 \cdot x + 2 \cdot y = 125 \quad /: (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 7 \cdot x + 5 \cdot y = 155 \\ -7 \cdot x - 2 \cdot y = -125 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \cdot y = 30 \Rightarrow 3 \cdot y = 30 \quad /: 3 \Rightarrow y = 10.$$

Računamo x .

$$\left. \begin{array}{l} 7 \cdot x + 2 \cdot y = 125 \\ y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow 7 \cdot x + 2 \cdot 10 = 125 \Rightarrow 7 \cdot x + 20 = 125 \Rightarrow 7 \cdot x = 125 - 20 \Rightarrow 7 \cdot x = 105 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x = 105 \quad /: 7 \Rightarrow x = 15.$$

Broj netočnih zadataka iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} x = 15 \\ y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow 30 - x - y = 30 - 15 - 10 = 5.$$

Učenik je riješio točno 15 zadataka, djelomično 10 zadataka, a netočno je bilo 5 zadataka.

Vježba 104

Na nekom ispitu iz matematike trebalo je riješiti 30 zadataka. Za svaki točno riješen zadatak učenik je dobio 5 bodova, za djelomično riješen zadatak 3 boda, a za netočan i neriješen zadatak učeniku se oduzimalo 2 boda. Koliko je zadataka riješio točno, koliko djelomično, a koliko netočno učenik koji je sakupio 60 bodova pri čemu je za točno riješene i netočno skupio 30 bodova.

Rezultat: $x = y = z = 10$.

Zadatak 105 (Sandra, gimnazija)

Koliko je minuta do devet sati ako je prije 25 minuta bilo osam sati i četverostruko toliko minuta?

Rješenje 105

Ako s x označimo broj minuta do devet sati tada je trenutno vrijeme

$$9 \text{ h} - x \text{ min} = (540 - x) \text{ min}.$$

Budući da je prije 25 minuta bilo osam sati i četverostruko toliko minuta pišemo

$$8 \text{ h} + 4 \cdot x \text{ min} = (480 + 4 \cdot x) \text{ min}$$

pa vrijedi jednadžba

$$540 - x - 25 = 480 + 4 \cdot x \Rightarrow -x - 4 \cdot x = 480 - 540 + 25 \Rightarrow -5 \cdot x = -35 \Rightarrow -5 \cdot x = -35 \quad /: (-5) \Rightarrow x = 7.$$

Sedam je minuta do devet sati.

Vježba 105

Koliko je minuta do deset sati ako je prije 25 minuta bilo devet sati i četverostruko toliko minuta?

Rezultat: 7 min.

Zadatak 106 (Sandra, gimnazija)

Minutna kazaljka sata duga je 6 cm. Kolika je duljina luka kojega opiše vrh kazaljke za 35 minuta?

Rješenje 106

Ponovimo!

Ako je r polumjer kružnice, tada je duljina luka sa središnjim kutom od α stupnjeva dana formulom

$$l(\alpha) = \frac{r \cdot \pi}{180^0} \cdot \alpha.$$

Računamo kut koji minutna kazaljka opiše za jednu minutu. Kada jednom obiđe brojčanik sata opisala je puni kut (360^0), a vremenski je prošlo 60 minuta. Kako je

$$\frac{360^0}{60} = 6^0$$

znači da jednoj minuti odgovara kut od 6^0 pa je za 35 minuta kazaljka opisala kut od

$$\alpha = 36 \cdot 6^0 = 210^0.$$

Duljina luka kojega opiše vrh kazaljke iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} r = 6 \text{ cm} , \alpha = 210^0 \\ l = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180^0} \end{array} \right\} \Rightarrow l = \frac{6 \text{ cm} \cdot \pi \cdot 210^0}{180^0} \Rightarrow l = 7 \cdot \pi \text{ cm}.$$



Vježba 106

Minutna kazaljka sata duga je 12 cm. Kolika je duljina luka kojega opiše vrh kazaljke za 35 minuta?

Rezultat: $14 \cdot \pi \text{ cm}$.

Zadatak 107 (Mia, studentica)

Đaci prvog razreda odlučili su svojoj profesorici za rođendan kupiti knjigu "Radosti matematike" koja košta 150 kn. No, petorica su odbila dati novac. Zato će preostali đaci morati dati 1 kn više nego što bi dali da su svi đaci sudjelovali u kupnji. Koliko ima đaka u razredu?

Rješenje 107

Ponovimo!

Rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, $a \neq 0$ su brojevi

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Neka je x broj učenika u razredu, a y svota novaca koju svaki učenik mora dati za kupnju knjige. Tada vrijedi jednadžba:

$$x \cdot y = 150.$$

Budući da je 5 učenika odbilo dati novac, preostali su morali platiti kunu više pa vrijedi sljedeća jednadžba:

$$(x-5) \cdot (y+1) = 150.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se broj učenika u razredu.

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 150 \\ (x-5) \cdot (y+1) = 150 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \cdot y = 150 \\ x \cdot y + x - 5 \cdot y - 5 = 150 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 150 + x - 5 \cdot y - 5 = 150 \Rightarrow 150 + x - 5 \cdot y - 5 = 150 \Rightarrow x - 5 \cdot y - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \cdot y + 5.$$

Dalje je:

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 150 \\ x = 5 \cdot y + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow (5 \cdot y + 5) \cdot y = 150 \Rightarrow 5 \cdot y^2 + 5 \cdot y = 150 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot y^2 + 5 \cdot y - 150 = 0 \Rightarrow 5 \cdot y^2 + 5 \cdot y - 150 = 0 \quad / : 5 \Rightarrow y^2 + y - 30 = 0 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow y^2 + y - 30 = 0 \\ a = 1, b = 1, c = -30 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = 1, c = -30 \\ y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{2} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{-1 \pm 11}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_1 = \frac{-1+11}{2} \\ y_2 = \frac{-1-11}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_1 = \frac{10}{2} \\ y_2 = \frac{-12}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_1 = 5 \\ y_2 = -6 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 5.$$

Sada računamo broj učenika u razredu.

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 150 \\ y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 \cdot x = 150 \Rightarrow 5 \cdot x = 150 \quad / : 5 \Rightarrow x = 30.$$

U razredu je 30 učenika.

Vježba 107

Đaci prvog razreda odlučili su svojoj profesorici za rođendan kupiti knjigu "Radosti matematike" koja košta 100 kn. No, petorica su odbila dati novac. Zato će preostali đaci morati dati 1 kn više nego što bi dali da su svi đaci sudjelovali u kupnji. Koliko ima đaka u razredu?

Rezultat: 25 učenika.

Zadatak 108 (Mato, gimnazija)

Dva soboslikara A i B radeći zajedno obojili bi stan za 6 dana. Za koliko bi dana A sam obojio stan, ako znamo da bi B sam trebao 5 dana više nego A?

Rješenje 108

Ponovimo!

Rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, $a \neq 0$ su brojevi

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

Neka je x broj dana za koje soboslikar A sam završi cijeli posao. Tada će on za 1 dan obaviti

$$\frac{1}{x} - ti$$

dio posla. Soboslikar B, radeći sam, radi 5 dana duže od soboslikara B pa cijeli posao obavi za $x + 5$ dana. Tada će on za 1 dan obaviti

$$\frac{1}{x+5} - ti$$

dio posla.

Kada soboslikari A i B rade zajedno cijeli posao završe za 6 dana pa vrijedi jednadžba

$$6 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} \right) = 1 \Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{6}{x+5} = 1 \Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{6}{x+5} = 1 \quad / \cdot x \cdot (x+5) \Rightarrow 6 \cdot (x+5) + 6 \cdot x = x \cdot (x+5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \cdot x + 30 + 6 \cdot x = x^2 + 5 \cdot x \Rightarrow 6 \cdot x + 30 + 6 \cdot x - x^2 - 5 \cdot x = 0 \Rightarrow -x^2 + 7 \cdot x + 30 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^2 + 7 \cdot x + 30 = 0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow x^2 - 7 \cdot x - 30 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 7 \cdot x - 30 = 0 \\ a = 1, b = -7, c = -30 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -7, c = -30 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm 13}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{7+13}{2} \\ x_2 = \frac{7-13}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{20}{2} \\ x_2 = -\frac{6}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = -3 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 10.$$

Soboslikar A sam bi obojio stan za 10 dana.



2. inačica

Neka je x broj dana za koje soboslikar A sam završi cijeli posao. Tada će on za 1 dan obaviti

$$\frac{1}{x} - ti$$

dio posla. Soboslikar B, radeći sam, radi 5 dana duže od soboslikara B pa cijeli posao obavi za $x + 5$ dana. Tada će on za 1 dan obaviti

$$\frac{1}{x+5} - ti$$

dio posla.

Soboslikari A i B, radeći zajedno, cijeli posao završe za 6 dana, što znači da za 1 dan obave $\frac{1}{6}$ cijelog posla pa vrijedi jednadžba

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} &= \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \quad / \cdot 6 \cdot x \cdot (x+5) \Rightarrow 6 \cdot (x+5) + 6 \cdot x = x \cdot (x+5) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 6 \cdot x + 30 + 6 \cdot x = x^2 + 5 \cdot x \Rightarrow 6 \cdot x + 30 + 6 \cdot x - x^2 - 5 \cdot x = 0 \Rightarrow -x^2 + 7 \cdot x + 30 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -x^2 + 7 \cdot x + 30 = 0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow x^2 - 7 \cdot x - 30 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 7 \cdot x - 30 = 0 \\ a = 1, b = -7, c = -30 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -7, c = -30 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm 13}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{7+13}{2} \\ x_2 = \frac{7-13}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{20}{2} \\ x_2 = -\frac{6}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = -3 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 10. \end{aligned}$$

Soboslikar A sam bi obojio stan za 10 dana.

Vježba 108

Dva soboslikara A i B radeći zajedno obojili bi stan za 6 dana. Za koliko bi dana A sam obojio stan, ako znamo da mu treba 5 dana manje nego soboslikaru B?

Rezultat: 10.

Zadatak 109 (Ivana, srednja škola)

Broj a je za 3 veći od pozitivnog broja b. Njihov je omjer 5 : 3. Koliki je a?

Rješenje 109

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Kako zapisati da je broj x za n veći od broja y ?

$$x - n = y \quad \text{ili} \quad x = y + n \quad \text{ili} \quad x - y = n.$$

Iz sustava jednačbi izračunamo nepoznanicu a .

$$\left. \begin{array}{l} a - 3 = b \\ a : b = 5 : 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = a - 3 \\ 3 \cdot a = 5 \cdot b \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 3 \cdot a = 5 \cdot (a - 3) \Rightarrow 3 \cdot a = 5 \cdot a - 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a - 5 \cdot a = -15 \Rightarrow -2 \cdot a = -15 \Rightarrow -2 \cdot a = -15 \quad / : (-2) \Rightarrow a = \frac{15}{2} \Rightarrow a = 7.5.$$

Vježba 109

Broj a je za 3 veći od pozitivnog broja b . Njihov je omjer 5 : 3. Koliki je b ?

Rezultat: 4.5.

Zadatak 110 (Vlado, gimnazija)

Brat i sestra nasljedit će izvjesnu svotu novca. Prema oporuci prvo brat nasljeđuje 20 000 kuna i desetinu ostatka, a potom sestra 40 000 i desetinu ostatka. Nakon podjele oboje su dobili istu svotu. Kolika je ostavština?

Rješenje 110

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Označimo slovom x ostavštinu. Prema oporuci prvo brat nasljeđuje 20 000 kuna i desetinu ostatka pa je njegov dio nasljedstva jednak:

$$20000 + \frac{1}{10} \cdot (x - 20000) = 20000 + \frac{1}{10} \cdot x - 2000 = \frac{1}{10} \cdot x + 18000 = \underbrace{\frac{1}{10} \cdot x + 18000}_{\text{bratov dio}}$$

Nakon što je brat dobio svoj dio ostalo je:

$$x - \left(\frac{1}{10} \cdot x + 18000 \right) = x - \frac{1}{10} \cdot x - 18000 = \frac{9}{10} \cdot x - 18000.$$

Od toga ostatka prema oporuci sestra dobiva 40 000 kuna i desetinu ostatka pa je njezin dio nasljedstva jednak:

$$40000 + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot x - 18000 - 40000 \right) = 40000 + \frac{9}{100} \cdot x - 1800 - 4000 = \frac{9}{100} \cdot x + 34200 = \underbrace{\frac{9}{100} \cdot x + 34200}_{\text{sestrin dio}}$$

Budući da su oboje nakon podjele dobili istu svotu, vrijedi jednačba:

$$\frac{1}{10} \cdot x + 18000 = \frac{9}{100} \cdot x + 34200 \Rightarrow \frac{1}{10} \cdot x + 18000 = \frac{9}{100} \cdot x + 34200 \quad / \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot x + 1800000 = 9 \cdot x + 3420000 \Rightarrow 10 \cdot x - 9 \cdot x = 3420000 - 1800000 \Rightarrow x = 1620000.$$



Vježba 110

Brat i sestra nasljedit će izvjesnu svotu novca. Prema oporuci prvo brat nasljeđuje 20 000 kuna i desetinu ostatka, a potom sestra 40 000 i desetinu ostatka. Nakon podjele oboje su dobili istu svotu. Koliko je svaki dobio?

Rezultat: 180 000 kn.

Zadatak 111 (Vlado, gimnazija)

Dvije prodavačice zajedno su prodale 100 jaja. Jaja su prodavale po različitim cijenama, ali je svaka od njih za jaja dobila istu svotu. Prva reče drugoj: Za tvoja jaja ja bih dobila 45 kuna. Druga joj odgovori: A ja bih za tvoja jaja dobila 20 kuna. Koliko je jaja prodala svaka od njih?

Rješenje 111

Ponovimo!

$$a = b \text{ i } c = d \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \cdot c = b \cdot d \\ \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \end{array} \right\}, \quad \sqrt{a^2} = a, \quad a \geq 0, \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

Označimo slovom x broj jaja koje je prodala prva prodavačica, a slovom y broj jaja koje je prodala druga prodavačica. Tada vrijedi jednačba:

$$x + y = 100.$$

Neka je a cijena jaja prve, a b cijena jaja druge prodavačice. Budući da je svaka od njih za jaja dobila istu svotu, slijedi:

$$a \cdot x = b \cdot y.$$

Kada prva reče drugoj: "Za tvoja jaja ja bih dobila 45 kuna.", možemo napisati jednačbu

$$a \cdot y = 45.$$

Kada druga odgovori: "A ja bih za tvoja jaja dobila 20 kuna.", možemo napisati jednačbu

$$b \cdot x = 20.$$

1. inačica

Iz sustava od četiri jednačbe sa četiri nepoznanice dobijemo broj jaja koje je prodala svaka prodavačica.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = b \cdot y \\ a \cdot y = 45 \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = b \cdot y \\ a \cdot y = 45 \cdot x \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = b \cdot y \\ a \cdot y \cdot x = 45 \cdot x \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = b \cdot y \\ (a \cdot x) \cdot y = 45 \cdot x \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ (b \cdot y) \cdot y = 45 \cdot x \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ b \cdot y^2 = 45 \cdot x \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo drugu} \\ \text{i treću jednačbu} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ \frac{b \cdot y^2}{b \cdot x} = \frac{45 \cdot x}{20} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ \frac{b \cdot y^2}{b \cdot x} = \frac{45 \cdot x}{20} \\ \frac{y^2}{x} = \frac{9 \cdot x}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 4 \cdot y^2 = 9 \cdot x^2 \\ 4 \cdot y^2 = 9 \cdot x^2 \quad / \sqrt{\quad} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{ima smisla samo} \\ \text{pozitivno rješenje} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 2 \cdot y = 3 \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 2 \cdot y = 3 \cdot x \quad / : 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ y = \frac{3}{2} \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow x + \frac{3}{2} \cdot x = 100 \Rightarrow x + \frac{3}{2} \cdot x = 100 \quad / : 2 \Rightarrow 2 \cdot x + 3 \cdot x = 200 \Rightarrow 5 \cdot x = 200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x = 200 \text{ } /: 5 \Rightarrow x = 40.$$

Sada računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ x = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow 40 + y = 100 \Rightarrow y = 100 - 40 \Rightarrow y = 60.$$

Prva prodavačica je prodala 40, a druga 60 jaja.

2. inačica

Iz sustava od četiri jednačbe sa četiri nepoznanice dobijemo broj jaja koje je prodala svaka prodavačica.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = b \cdot y \\ a \cdot y = 45 \\ b \cdot x = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pomnožimo zadnje} \\ \text{tri jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x \cdot a \cdot y \cdot b \cdot x = b \cdot y \cdot 45 \cdot 20 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a^2 \cdot x^2 \cdot b \cdot y = 900 \cdot b \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a^2 \cdot x^2 \cdot b \cdot y = 900 \cdot b \cdot y \text{ } /: \frac{1}{b \cdot y} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a^2 \cdot x^2 = 900 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ (a \cdot x)^2 = 900 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ (a \cdot x)^2 = 900 \text{ } / \sqrt{\quad} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = \sqrt{900} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x = 30 \text{ } /: y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ a \cdot x \cdot y = 30 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ (a \cdot y) \cdot x = 30 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 45 \cdot x = 30 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 45 \cdot x = 30 \cdot y \text{ } /: 45 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ x = \frac{30}{45} \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ x = \frac{30}{45} \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ x = \frac{2}{3} \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \cdot y + y = 100 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot y + y = 100 \text{ } /: 3 \Rightarrow 2 \cdot y + 3 \cdot y = 300 \Rightarrow 5 \cdot y = 300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot y = 300 \text{ } /: 5 \Rightarrow y = 60.$$

Sada računamo x.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ y = 60 \end{array} \right\} \Rightarrow x + 60 = 100 \Rightarrow x = 100 - 60 \Rightarrow x = 40.$$

Prva prodavačica je prodala 40, a druga 60 jaja.



Vježba 111

Dvije prodavačice zajedno su prodale 100 jaja. Jaja su prodavale po različitim cijenama, ali je svaka od njih za jaja dobila istu svotu. Prva reče drugoj: Za tvoja jaja ja bih dobila 45 kuna. Druga joj odgovori: A ja bih za tvoja jaja dobila 20 kuna. Po kojim su cijenama prodavačice prodavale jaja?

Rezultat: 0.50 kn , 0.75 kn.

Zadatak 112 (Vlado, gimnazija)

Hotel ima 159 soba u koje se može smjestiti 379 gostiju. Sobe su dvokrevetne, trokrevetne i četverokrevetne, a dvokrevetnih ima osam puta više nego četverokrevetnih. Koliko soba ima taj hotel?

Rješenje 112

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj x "en puta" veći od broja y ?

$$x = n \cdot y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{n} = y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{y} = n.$$

Označimo slovom:

- x broj dvokrevetnih soba
- y broj trokrevetnih soba
- z broj četverokrevetnih soba.

Hotel ima 159 soba pa vrijedi jednačba:

$$x + y + z = 159.$$

Budući da se u hotel može smjestiti 379 gostiju, možemo napisati jednačbu:

$$2 \cdot x + 3 \cdot y + 4 \cdot z = 379.$$

Dvokrevetnih soba ima osam puta više nego četverokrevetnih pa vrijedi:

$$x = 8 \cdot z.$$

Iz sustava od tri jednačbe sa tri nepoznanice dobije se broj soba.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 159 \\ 2 \cdot x + 3 \cdot y + 4 \cdot z = 379 \\ x = 8 \cdot z \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 8 \cdot z + y + z = 159 \\ 2 \cdot (8 \cdot z) + 3 \cdot y + 4 \cdot z = 379 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 8 \cdot z + y + z = 159 \\ 16 \cdot z + 3 \cdot y + 4 \cdot z = 379 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 9 \cdot z = 159 \\ 3 \cdot y + 20 \cdot z = 379 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 9 \cdot z = 159 \quad / \cdot (-3) \\ 3 \cdot y + 20 \cdot z = 379 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -3 \cdot y - 27 \cdot z = -477 \\ 3 \cdot y + 20 \cdot z = 379 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -7 \cdot z = -98 \Rightarrow -7 \cdot z = -477 \quad / : (-7) \Rightarrow z = 14.$$

Računamo x i y .

$$\left. \begin{array}{l} y + 9 \cdot z = 159 \\ x = 8 \cdot z \\ z = 14 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 9 \cdot 14 = 159 \\ x = 8 \cdot 14 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 126 = 159 \\ x = 112 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 159 - 126 \\ x = 112 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 33 \\ x = 112 \end{array} \right\}.$$

Hotel ima 112 dvokrevetnih soba, 33 trokrevetnih i 14 četverokrevetnih soba.



Vježba 112

Hotel ima 65 soba u koje se može smjestiti 180 gostiju. Sobe su dvokrevetne, trokrevetne i četverokrevetne, a dvokrevetnih ima dva puta više nego četverokrevetnih. Koliko soba ima taj hotel?

Rezultat: Dvokrevetnih 30, trokrevetnih 20 i četverokrevetnih 15.

Zadatak 113 (Miro, maturant)

Zemlja tek kupljena u cvjećarnici sadrži 12% vode. Koliko vode treba uliti u 2 kg kupljene zemlje ako se sadi biljka koja zahtijeva 18% vode u zemlji?

- A. 126 g = 1.26 dl B. 136 g = 1.36 dl C. 146 g = 1.46 dl D. 156 g = 1.56 dl

Rješenje 113

Ponovimo!

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} \quad , \quad 1 \text{ dl} = 100 \text{ g}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100} \quad , \quad 81\% = \frac{81}{100} \quad , \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100} \quad , \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100} \quad , \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Označimo slovom x količinu vode koju treba uliti u 2 kg kupljene zemlje. Tada vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{12}{100} \cdot 2 + x &= \frac{18}{100} \cdot (2 + x) \Rightarrow \frac{12}{100} \cdot 2 + x = \frac{18}{100} \cdot (2 + x) \quad / \cdot 100 \Rightarrow 24 + 100 \cdot x = 18 \cdot (2 + x) \Rightarrow \\ \Rightarrow 24 + 100 \cdot x &= 36 + 18 \cdot x \Rightarrow 100 \cdot x - 18 \cdot x = 36 - 24 \Rightarrow 82 \cdot x = 12 \Rightarrow 82 \cdot x = 12 \quad / : 82 \Rightarrow x = 0.146 \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= 0.146 \text{ kg} \Rightarrow x = 146 \text{ g} \Rightarrow [146 : 100] \Rightarrow x = 1.46 \text{ dl}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 113

Zemlja tek kupljena u cvjećarnici sadrži 6% vode. Koliko vode treba uliti u 1 kg kupljene zemlje ako se sadi biljka koja zahtijeva 9% vode u zemlji?

Rezultat: 33 g = 0.33 dl.

Zadatak 114 (Miro, maturant)

Od 112 maturanata jedne škole tri četvrtine prolazi odličnim uspjehom. Od onih koji prolaze odličnim uspjehom četvrtina ima odličnu ocjenu iz Matematike. Koliko ih prolazi odličnim uspjehom, ali nemaju odličnu ocjenu iz Matematike?

- A. 7 B. 22 C. 63 D. 85

Rješenje 114

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako izračunati $\frac{a}{b}$ od x?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

1. inačica

Od 112 maturanata tri četvrtine prolazi odličnim uspjehom pa je to

$$\frac{3}{4} \cdot 112 = \frac{3}{4} \cdot \frac{112}{1} = \frac{336}{4} = 84.$$

Od svih odličaša četvrtina ima odličnu ocjenu iz Matematike što iznosi:

$$\frac{1}{4} \cdot 84 = \frac{1}{4} \cdot \frac{84}{1} = \frac{84}{4} = 21.$$

Broj učenika koji prolaze odličnim uspjehom, ali nemaju odličnu ocjenu iz Matematike je

$$84 - 21 = 63.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Od 112 maturanata tri četvrtine prolazi odličnim uspjehom pa je to

$$\frac{3}{4} \cdot 112 = \frac{3}{4} \cdot \frac{112}{1} = \frac{336}{4} = 84.$$

Budući da od svih odlikaša četvrtina ima odličnu ocjenu iz Matematike, znači da tri četvrtine nemaju odličnu ocjenu iz Matematike, a to iznosi:

$$\frac{3}{4} \cdot 84 = \frac{3}{4} \cdot \frac{84}{1} = \frac{252}{4} = 63.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 114

Od 224 maturanata jedne škole tri četvrtine prolazi odličnim uspjehom. Od onih koji prolaze odličnim uspjehom četvrtina ima odličnu ocjenu iz Matematike. Koliko ih prolazi odličnim uspjehom, ali nemaju odličnu ocjenu iz Matematike?

A. 14 B. 44 C. 126 D. 170

Rezultat: C.

Zadatak 115 (Srdjan, pripravnik)

Jedna cijev napuni bazen za 3 sata, a druga za 6 sati. Ako se prva cijev uključi u 9 sati, a druga u 10 sati, kada će bazen biti napunjen vodom?

Rješenje 115

Ponovimo!

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Ako prva cijev napuni bazen za 3 h, za 1 h napunit će $\frac{1}{3}$ — nu bazena.

Ako druga cijev napuni bazen za 6 h, za 1 h napunit će $\frac{1}{6}$ — nu bazena.

Prva cijev uključena je sat ranije pa je za to vrijeme napunila $\frac{1}{3}$ — nu bazena. Ostale $\frac{2}{3}$ — ne bazena moraju zajednički napuniti obje cijevi. Označimo slovom x vrijeme njihovog zajedničkog punjenja $\frac{2}{3}$ — ne bazena. Za vrijeme x cijevi će napuniti $\frac{2}{3}$ — ne bazena pa vrijedi jednačina:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2+1}{6} \cdot x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3}{6} \cdot x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3}{6} \cdot x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot x = \frac{2}{3} \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Obje cijevi napunit će $\frac{2}{3}$ — ne bazena za

$$\frac{4}{3} \text{ h} = 1 \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}.$$

Dakle, cijeli bazen bit će napunjen vodom za

$$1 \text{ h} + 1 \text{ h } 20 \text{ min} = 2 \text{ h } 20 \text{ min},$$

tj. u

$$9 \text{ h} + 2 \text{ h } 20 \text{ min} = 11 \text{ h } 20 \text{ min}.$$

Vježba 115

Jedna cijev napuni bazen za 3 sata, a druga za 6 sati. Ako se prva cijev uključi u 8 sati, a druga u 9 sati, kada će bazen biti napunjen vodom?

Rezultat: 2 h 20 min, 10 h 20 min.

Zadatak 116 (Zlata, srednja škola)

Šestina učenika nekog razreda dobila je iz pisanog ispita iz matematike odličnu ocjenu, četvrtina vrlo dobru, a trećina dobru. Devet učenika dobilo je dovoljan i nitko nije dobio nedovoljan. Napišite odgovarajuću jednadžbu i odredite koliko je učenika u razredu.

Rješenje 116

Ponovimo!

Kako zapisati $\frac{a}{b}$ od x ?

Odgovor:

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Neka je x broj učenika u razredu. Zapišimo pomoću matematičkih izraza sljedeće tvrdnje:

- šestina učenika razreda dobilo je odličan

$$\frac{1}{6} \cdot x$$

- četvrtina učenika razreda dobilo je vrlo dobar

$$\frac{1}{4} \cdot x$$

- trećina učenika razreda dobilo je dobar

$$\frac{1}{3} \cdot x.$$

Budući da je devet učenika dobilo dovoljan i nitko nije dobio nedovoljan, možemo napisati jednadžbu:

$$\frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + 9 = x \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + 9 = x \quad / \cdot 12 \Rightarrow 2 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x + 108 = 12 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x - 12 \cdot x = -108 \Rightarrow -3 \cdot x = -108 \Rightarrow -3 \cdot x = -108 \quad /: (-3) \Rightarrow x = 36.$$

Vježba 116

Šestina učenika nekog razreda dobila je iz pisanog ispita iz matematike odličnu ocjenu, četvrtina vrlo dobru, a trećina dobru. Pet učenika dobilo je dovoljan, četiri učenika imaju nedovoljan. Koliko je učenika u razredu?

Rezultat: 36.

Zadatak 117 (Tina, gimnazija)

Cijena jedne ulaznice je za 10 kn viša na dan igranja utakmice, nego u pretprodaji. Na dan igranja utakmice za 600 kn može se kupiti 5 ulaznica manje nego u pretprodaji. Kolika je cijena ulaznice na dan igranja utakmice?

A. 40 kn B. 50 kn C. 60 kn D. 70 kn

Rješenje 117

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b - n = a \quad , \quad b = a + n \quad , \quad b - a = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x cijena jedne ulaznice u pretprodaji.
 Na dan igranja utakmice za 10 kn je viša pa iznosi $x + 10$.

	Pretplata	Dan igranja utakmice
Cijena	x	$x + 10$

Broj ulaznica koji se može kupiti za 600 kn iznosi:

- u pretprodaji

$$\frac{600}{x}$$

- na dan igranja utakmice

$$\frac{600}{x+10}$$

Budući da se na dan igranja utakmice može kupiti 5 ulaznica manje nego u pretprodaji, vrijedi bilo koja od ove tri jednačbe:

$$\begin{cases} \frac{600}{x} - 5 = \frac{600}{x+10} & (1) \\ \frac{600}{x} = \frac{600}{x+10} + 5 & (2) \\ \frac{600}{x} - \frac{600}{x+10} = 5 & (3) \end{cases}$$

Uzet ću jednačbu (1). A Vi? ☺

$$\begin{aligned} \frac{600}{x} - 5 &= \frac{600}{x+10} \Rightarrow \frac{600}{x} - 5 = \frac{600}{x+10} \quad / \cdot x \cdot (x+10) \Rightarrow 600 \cdot (x+10) - 5 \cdot x \cdot (x+10) = 600 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 600 \cdot x + 6000 - 5 \cdot x^2 - 50 \cdot x = 600 \cdot x \Rightarrow 600 \cdot x + 6000 - 5 \cdot x^2 - 50 \cdot x = 600 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 6000 - 5 \cdot x^2 - 50 \cdot x = 0 \Rightarrow -5 \cdot x^2 - 50 \cdot x + 6000 = 0 \Rightarrow -5 \cdot x^2 - 50 \cdot x + 6000 = 0 \quad / : (-5) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + 10 \cdot x - 1200 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 + 10 \cdot x - 1200 = 0 \\ a = 1, b = 10, c = -1200 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = 10, c = -1200 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1200)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 4800}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{4900}}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm 70}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-10 + 70}{2} \\ x_2 = \frac{-10 - 70}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{60}{2} \\ x_2 = -\frac{80}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = -40 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 30. \end{aligned}$$

Cijena ulaznice u pretprodaji je 30 kn, a na dan igranja utakmice bit će 10 kuna viša i iznositi će 40 kn.
 Odgovor je pod A.



Vježba 117

Cijena jedne ulaznice je za 10 kn viša na dan igranja utakmice, nego u pretprodaji. Na dan igranja utakmice za 600 kn može se kupiti 5 ulaznica manje nego u pretprodaji. Kolika je cijena ulaznice u pretprodaji?

- A. 20 kn B. 30 kn C. 40 kn D. 35 kn

Rezultat: B.

Zadatak 118 (Tina, gimnazija)

Cijena ulaznice na dan igranja utakmice iznosi 40 kn. Na dan igranja utakmice za 600 kn može se kupiti 5 ulaznica manje nego u pretprodaji. Za koliko je kn cijena jedne ulaznice viša na dan igranja utakmice, nego u pretprodaji?

- A. 10 kn B. 15 kn C. 20 kn D. 25 kn

Rješenje 118

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b - n = a \quad , \quad b = a + n \quad , \quad b - a = n.$$

1. inačica

Na dan igranja utakmice cijena jedne ulaznice iznosi 40 kn pa se za 600 kn može kupiti ukupno 15 ulaznica.

$$600 : 40 = 15.$$

To je 5 ulaznica manje nego u pretprodaji kada se za isti iznos moglo kupiti 20 ulaznica.

$$15 + 5 = 20.$$

Cijena jedne ulaznice u pretprodaji iznosi 30 kn.

$$600 : 20 = 30.$$

Cijena jedne ulaznice na dan igranja utakmice viša je za 10 kn nego u pretprodaji.

$$40 \text{ kn} - 30 \text{ kn} = 10 \text{ kn}.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Na dan igranja utakmice cijena jedne ulaznice iznosi 40 kn pa se za 600 kn moglo kupiti ukupno 15 ulaznica.

$$\frac{600}{40} = 15.$$

Neka je x cijena jedne ulaznice u pretprodaji. Za 600 kn može se ukupno kupiti

$$\frac{600}{x}$$

ulaznica.

Budući da se na dan igranja utakmice za isti iznos može kupiti 5 ulaznica manje nego u pretprodaji, vrijedi bilo koja od ove tri jednačbe:

$$\begin{cases} 15 + 5 = \frac{600}{x} & (1) \\ 15 = \frac{600}{x} - 5 & (2) \\ 15 - \frac{600}{x} = 5 & (3) \end{cases}$$

Znam da biste Vi izabrali jednačbu (1) pa ću i ja! ☺

$$15 + 5 = \frac{600}{x} \Rightarrow 20 = \frac{600}{x} \Rightarrow \frac{20}{1} = \frac{600}{x} \Rightarrow 20 \cdot x = 600 \Rightarrow 20 \cdot x = 600 \text{ } / : 20 \Rightarrow x = 30.$$

Cijena ulaznice u pretprodaji je 30 kn.

Cijena jedne ulaznice na dan igranja utakmice viša je za 10 kn, nego u pretprodaji.

$$40 \text{ kn} - 30 \text{ kn} = 10 \text{ kn}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 118

Cijena ulaznice na dan igranja utakmice iznosi 40 kn. Na dan igranja utakmice za 600 kn može se kupiti 5 ulaznica manje nego u pretprodaji. Za koliko je kn cijena jedne ulaznice manja u pretprodaji, nego na dan igranja utakmice?

- A. 10 kn B. 15 kn C. 20 kn D. 25 kn

Rezultat: A.

Zadatak 119 (Tina, gimnazija)

Razred 4. B ima jednoga učenika manje od 4. A. U svaki od tih dvaju razreda stigao je paket s 224 olovke. U 4. A razredu sve su olovke podijeljene i svaki je učenik dobio isti broj olovaka. U 4. B razredu također je svaki učenik dobio isti broj olovaka kao i svaki učenik u 4. A razredu, ali je 8 olovaka ostalo nepodijeljeno. Koliko je učenika u 4. B razredu?

- A. 24 B. 25 C. 26 D. 27

Rješenje 119

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a ?

$$b + n = a \quad , \quad b = a - n \quad , \quad a - b = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Za cijeli broj a kažemo da je djeljiv s cijelim brojem b ($b \neq 0$) ako postoji cijeli broj k tako da vrijedi

$$a = k \cdot b.$$

Za cijeli broj a i prirodni broj b postoje jedinstveni cijeli brojevi q i r takvi da je

$$a = b \cdot q + r$$

i $0 \leq r < b$.

1. inačica

Neka je x broj učenika 4. B razreda. Tada je $x + 1$ broj učenika 4. A razreda jer je jedan učenik više. U oba razreda stigao je paket s 224 olovaka i svaki je učenik dobio isti broj olovaka.

	4. B	4. A
Broj učenika	x	$x + 1$

Označimo slovom y broj olovaka koje dobije jedan učenik.

U 4. A razredu, sa $x + 1$ učenicom, podijeljene su sve olovke i svaki je učenik dobio isti broj pa vrijedi jednadžba

$$224 = (x + 1) \cdot y.$$

U 4. B razredu, sa x učenika, podijeljene su olovke i svaki je učenik dobio isti broj, ali je 8 olovaka ostalo nepodijeljeno pa vrijedi jednadžba

$$224 = x \cdot y + 8.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se rješenje.

$$\left. \begin{array}{l} 224 = (x + 1) \cdot y \\ 224 = x \cdot y + 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow (x + 1) \cdot y = x \cdot y + 8 \Rightarrow x \cdot y + y = x \cdot y + 8 \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot y + y = x \cdot y + 8 \Rightarrow y = 8.$$

Računamo x broj učenika u 4. B razredu.

$$\left. \begin{array}{l} 224 = x \cdot y + 8 \\ y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 224 = 8 \cdot x + 8 \Rightarrow 8 \cdot x + 8 = 224 \Rightarrow 8 \cdot x = 224 - 8 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8 \cdot x = 216 \Rightarrow 8 \cdot x = 216 \quad /: 8 \Rightarrow x = 27.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Uočimo da je u oba razreda podijeljeno jednak broj olovaka (224) i pritom je svaki učenik dobio isti broj olovaka. Razred 4. B ima jednoga učenika manje od 4. A. U 4. B razredu je 8 olovaka ostalo nepodijeljeno što znači da je svaki učenik dobio 8 olovaka. U 4. A razredu sve su olovke podijeljene pa broj učenika iznosi 28:

$$224 : 8 = 28.$$

Tada je u 4. B razredu 27 učenika jer je jedan učenik manje. Odgovor je pod D.



Vježba 119

Razred 4. B ima jednoga učenika manje od 4. A. U svaki od tih dvaju razreda stigao je paket s 224 olovke. U 4. A razredu sve su olovke podijeljene i svaki je učenik dobio isti broj olovaka. U 4. B razredu također je svaki učenik dobio isti broj olovaka kao i svaki učenik u 4. A razredu, ali je 8 olovaka ostalo nepodijeljeno. Koliko je učenika u 4. A razredu?

- A. 29 B. 28 C. 30 D. 26

Rezultat: B.

Zadatak 120 (Petra, strukovna škola)

Od 112 maturanata jedne škole tri četvrtine prolazi odličnim uspjehom. Od onih koji prolaze odličnim uspjehom četvrtina ima odličnu ocjenu iz matematike. Koliko ih prolazi odličnim uspjehom, ali nemaju odličnu ocjenu iz matematike?

- A. 7 B. 22 C. 63 D. 85

Rješenje 120

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Kako izračunati $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

1. inačica

Broj odličnih maturanata škole je:

$$\frac{3}{4} \cdot 112 = \frac{3}{4} \cdot \frac{112}{1} = 84.$$

Od odličnih maturanata četvrtina ih ima odličnu ocjenu iz matematike što iznosi:

$$\frac{1}{4} \cdot 84 = \frac{1}{4} \cdot \frac{84}{1} = 21.$$

Broj odličnih maturanata koji nemaju odličnu ocjenu iz matematike je:

$$84 - 21 = 63.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Broj odličnih maturanata škole je:

$$\frac{3}{4} \cdot 112 = \frac{3}{4} \cdot \frac{112}{1} = 84.$$

Budući da četvrtina odličnih maturanata ima odličnu ocjenu iz matematike, tri četvrtine $\left(1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}\right)$

ih nema odličnu ocjenu, a to iznosi:

$$\frac{3}{4} \cdot 84 = \frac{3}{4} \cdot \frac{84}{1} = 63.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 120

Od 224 maturanata jedne škole tri četvrtine prolazi odličnim uspjehom. Od ovih koji prolaze odličnim uspjehom četvrtina ima odličnu ocjenu iz matematike. Koliko ih prolazi odličnim uspjehom, ali nemaju odličnu ocjenu iz matematike?

- A. 14 B. 44 C. 126 D. 170

Rezultat: C.

www.halapa.com