

### Zadatak 121 (Vesna, strukovna škola)

Određenu količinu šećera treba spremati u pripremljene pakete. Stavi li se u svaki paket 18 kg šećera, ostat će 10 praznih paketa. Ako se u svaki paket stavi 14 kg šećera ostat će 180 kg šećera koji nije spakiran. Koliko paketa imamo na raspolaganju? Kolika je ukupna količina šećera?

#### Rješenje 121

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj  $b$  za  $n$  veći od broja  $a$ ?

$$b - n = a \quad , \quad b = a + n \quad , \quad b - a = n.$$

Neka je:

- $x$  ukupna količina šećera
- $y$  ukupan broj paketa.

Ukupna količina šećera je  $x$ . Kada se u svaki paket stavi 18 kg šećera to je

$$\frac{x}{18}$$

paketa. Još ostane 10 praznih paketa pa vrijedi

$$y - \frac{x}{18} = 10.$$

Ukupan broj paketa je  $y$ . Kada se u svaki paket stavi 14 kg šećera to je

$$14 \cdot y$$

kilograma šećera. Još ostane 180 kg šećera pa vrijedi

$$x - 14 \cdot y = 180.$$

Riješimo sustav jednačbi.

$$\left. \begin{array}{l} y - \frac{x}{18} = 10 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x}{18} + y = 10 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x}{18} + y = 10 \quad / \cdot 18 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x + 18 \cdot y = 180 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \cdot y = 360 \Rightarrow 4 \cdot y = 360 \quad / : 4 \Rightarrow y = 90.$$

Računamo  $x$ .

$$\left. \begin{array}{l} x - 14 \cdot y = 180 \\ y = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow x - 14 \cdot 90 = 180 \Rightarrow x - 1260 = 180 \Rightarrow x = 180 + 1260 \Rightarrow x = 1440.$$

Paketa je 90, šećera 1440 kg.

#### Vježba 121

Određenu količinu šećera treba spremati u pripremljene pakete. Stavi li se u svaki paket 18 kg šećera, ostat će 20 praznih paketa. Ako se u svaki paket stavi 14 kg šećera ostat će 360 kg šećera koji nije spakiran. Koliko paketa imamo na raspolaganju? Kolika je ukupna količina šećera?

**Rezultat:** Paketa 180, šećera 2880 kg.

### Zadatak 122 (Petra, gimnazija)

Marin je išao kupiti školski pribor. Trećinu novca potrošio je za bilježnice, onda je četvrtinu ostatka potrošio za olovke i na kraju je polovicu onoga što je ostalo potrošio za pernicu. Preostalo mu je 18 kuna. Koliko je novaca Marin ponio sa sobom?

- A. 68 kn      B. 72 kn      C. 90 kn      D. 102 kn

#### Rješenje 122

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Kako izračunati  $\frac{a}{b}$  od  $x$ ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Označimo slovom  $x$  iznos novca koji je Marin imao prije kupovine.

1. inačica

Trećinu novca

$$\frac{1}{3} \cdot x$$

Marin je potrošio za bilježnice pa mu je ostalo

$$x - \frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{3 \cdot x - x}{3} = \frac{2 \cdot x}{3} = \frac{2}{3} \cdot x.$$

Četvrtinu ostatka

$$\frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot x \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = \frac{1}{6} \cdot x$$

potrošio je za olovke i ostalo mu je

$$\frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x = \frac{4 \cdot x - x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cdot x.$$

Polovicu onog što je ostalo

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot x \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x$$

potrošio je za pernicu pa mu je preostalo

$$\frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot x = \frac{2 \cdot x - x}{4} = \frac{x}{4} = \frac{1}{4} \cdot x.$$

Budući da je nakon kupovine preostalo 18 kn, vrijedi:

$$\frac{1}{4} \cdot x = 18 \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot x = 18 / \cdot 4 \Rightarrow x = 72.$$

Marin je imao 72 kn. Odgovor je pod B.

2. inačica

Trećinu novca

$$\frac{1}{3} \cdot x$$

Marin je potrošio za bilježnice pa mu je ostalo

$$x - \frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{3 \cdot x - x}{3} = \frac{2 \cdot x}{3} = \frac{2}{3} \cdot x.$$

Četvrtinu ostatka

$$\frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot x \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = \frac{1}{6} \cdot x$$

potrošio je za olovke i ostalo mu je

$$\frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x = \frac{4 \cdot x - x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cdot x.$$

Polovicu onog što je ostalo

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot x \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x$$

potrošio je za pernicu pa mu je preostalo 18 kn.

Od  $x$  kuna koje je imao Marin je potrošio

- za bilježnice  $\frac{1}{3} \cdot x$
- za olovke  $\frac{1}{6} \cdot x$
- za pernicu  $\frac{1}{4} \cdot x$
- još je preostalo 18 kn

pa vrijedi jednadžba:

$$x = \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + 18 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + 18 \quad / \cdot 12 \Rightarrow$$

$$12 \cdot x = 4 \cdot x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 216 \Rightarrow 12 \cdot x - 4 \cdot x - 2 \cdot x - 3 \cdot x = 216 \Rightarrow 3 \cdot x = 216 \Rightarrow 3 \cdot x = 216 \quad / : 3 \Rightarrow x = 72.$$

Marin je imao 72 kn. Odgovor je pod B.



### Vježba 122

Marin je išao kupiti školski pribor. Trećinu novca potrošio je za bilježnice, onda je četvrtinu ostatka potrošio za olovke i na kraju je polovicu onoga što je ostalo potrošio za pernicu. Preostalo mu je 30 kuna. Koliko je novaca Marin ponio sa sobom?

- A. 90 kn      B. 150 kn      C. 120 kn      D. 180 kn

**Rezultat:** C.

### Zadatak 123 (MMMMDDDD, maturant)

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijeg 5 florina. Ukoliko se kupi urna vina za 8 florina, koliko je od toga bolje, a koliko lošije vino?

### Rješenje 123

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

### Jednostavni račun smjese

Imamo dvije vrste robe:

- prve  $x$  mjernih jedinica po cijeni  $a$
- druge  $y$  mjernih jedinica po cijeni  $b$ , pritom je  $a > b$ .

Ako ih pomiješamo, dobit ćemo smjesu od  $(x + y)$  mjernih jedinica po cijeni  $c$ . Dakle, imamo:

$$a \cdot x + b \cdot y = c \cdot (x + y).$$

Traženi omjer miješanja prve i druge vrste robe može se naći pomoću sheme:

a	c - b
c	
b	a - c

1. inačica

Označimo slovom  $x$  količinu boljeg, a slovom  $y$  količinu lošijeg vina.

Ukoliko se kupi urna (približno 13 litara) vina vrijedi jednadžba:

$$x + y = 13.$$

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijega 5 florina. Budući da je kupljena urna vina za 8 florina, valjana je sljedeća jednačba:

$$10 \cdot x + 5 \cdot y = 8 \cdot 13 \Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot y = 104.$$

Iz sustava jednačbi izračunamo x količinu boljeg i y količinu lošijeg vina.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ 10 \cdot x + 5 \cdot y = 104 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 13 - x \\ 10 \cdot x + 5 \cdot y = 104 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot (13 - x) = 104 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot x + 65 - 5 \cdot x = 104 \Rightarrow 10 \cdot x - 5 \cdot x = 104 - 65 \Rightarrow 5 \cdot x = 39 \Rightarrow 5 \cdot x = 39 \text{ } /: 5 \Rightarrow x = 7.8 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ x = 7.8 \end{array} \right\} \Rightarrow 7.8 + y = 13 \Rightarrow y = 13 - 7.8 \Rightarrow y = 5.2.$$

Boljega vina je 7.8 litara, a lošijeg 5.2 litre.

2.inačica

Neka je x količina kupljenog boljeg vina. Budući da je urna približno 13 litara, lošijeg vina bit će

$$13 - x.$$

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijeg 5 florina. Budući da je kupljena urna vina za 8 florina, valjana je sljedeća jednačba:

$$10 \cdot x + 5 \cdot (13 - x) = 8 \cdot 13 \Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot (13 - x) = 104 \Rightarrow 10 \cdot x + 65 - 5 \cdot x = 104 \Rightarrow 10 \cdot x - 5 \cdot x = 104 - 65 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x = 39 \Rightarrow 5 \cdot x = 39 \text{ } /: 5 \Rightarrow x = 7.8.$$

Boljeg vina ima 7.8 litara, a lošijeg

$$13 - x = 13 - 7.8 = 5.2$$

litre.

3.inačica

Postavimo shemu:

10		8 - 5 = 3
	8	
5		10 - 8 = 2
		<u>5</u>

Sada urnu vina, tj. 13 litara podijelimo s 5.

$$13 : 5 = 2.6.$$

Kupljeno je:

- boljeg vina  $2.6 \cdot 3 = 7.8$  litara
- lošijeg vina  $2.6 \cdot 2 = 5.2$  litre.



=



### Vježba 123

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijeg 5 florina. Ukoliko se kupe dvije urne vina za 8 florina, koliko je od toga bolje, a koliko lošije vino?

**Rezultat:** 15.6 litara, 10.4 litre.

### Zadatak 124 (Davor, srednja škola)

Ako aritmetička sredina deset brojeva x, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5 iznosi 3, onda je:

- A.  $x = 2$       B.  $x = 3$       C.  $x = 4$       D.  $x = 5$

### Rješenje 124

Ponovimo!

Neka je zadano  $n$  pozitivnih brojeva  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ . Tada je aritmetička sredina  $A$  brojeva  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  definirana izrazom

$$A = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Računamo  $x$ .

$$\frac{x+3+1+4+1+5+1+4+1+5}{10} = 3 \Rightarrow \frac{x+25}{10} = 3 \Rightarrow \frac{x+25}{10} = 3 \cdot 10 \Rightarrow x+25 = 30 \Rightarrow x = 30 - 25 \Rightarrow x = 5.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 124

Ako aritmetička sredina deset brojeva  $x, 3, 1, 2, 1, 7, 2, 3, 1, 5$  iznosi 3, onda je:

- A.  $x = 2$       B.  $x = 3$       C.  $x = 4$       D.  $x = 5$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 125 (Ana, gimnazija)

Trećina nekog broja je za 12 veća od četvrtine tog broja. Koji je to broj?

### Rješenje 125

Ponovimo!

Kako zapisati  $n$ -ti dio od broja  $x$ ?

$$\frac{1}{n} \cdot x \text{ ili } \frac{x}{n}$$

Kako zapisati da je broj  $a$  za  $n$  veći od broja  $b$ ?

$$a - n = b \text{ ili } a = b + n \text{ ili } a - b = n.$$

Označimo slovom  $x$  traženi broj. Tada:

- njegova trećina iznosi

$$\frac{x}{3}$$

- njegova četvrtina iznosi

$$\frac{x}{4}$$

Budući da je trećina tog broja za 12 veća od njegove četvrtine, vrijedi jednačina:

1. inačica

$$\frac{x}{3} - 12 = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} - 12 = \frac{x}{4} \cdot 12 \Rightarrow 4 \cdot x - 144 = 3 \cdot x \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 144 \Rightarrow x = 144.$$

2. inačica

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 12 \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 12 \cdot 12 \Rightarrow 4 \cdot x = 3 \cdot x + 144 \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 144 \Rightarrow x = 144.$$

3. inačica

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 12 \cdot 12 \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 144 \Rightarrow x = 144.$$

### Vježba 125

Polovica nekog broja je za 36 veća od četvrtine tog broja. Koji je to broj?

**Rezultat:** 144.

### Zadatak 126 (Darko, srednja škola)

U putničkome zrakoplovu ima 108 mjesta. Na svaka dva popunjena mjesta jedno je prazno. Ako devetinu putnika čine djeca, koliko je odraslih osoba u zrakoplovu?

A. 64      B. 76      C. 82      D. 88

### Rješenje 126

Ponovimo!

Kako izračunati  $\frac{a}{b}$  od  $x$ ?

$$n = \frac{n}{1}, \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

1. inačica

Budući da je u zrakoplovu na svaka dva popunjena mjesta jedno prazno, znači da su dvije trećine od 108 mjesta popunjena putnicima.

$$\frac{2}{3} \cdot 108 = \frac{2}{3} \cdot \frac{108}{1} = \frac{216}{3} = 72.$$

Devetinu putnika čine djeca što iznosi:

$$\frac{1}{9} \cdot 72 = \frac{1}{9} \cdot \frac{72}{1} = \frac{72}{9} = 8.$$

Odraslih osoba u zrakoplovu je

$$72 - 8 = 64.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Budući da je u zrakoplovu na svaka dva popunjena mjesta jedno prazno, znači da su dvije trećine od 108 mjesta popunjena putnicima.

$$\frac{2}{3} \cdot 108 = \frac{2}{3} \cdot \frac{108}{1} = \frac{216}{3} = 72.$$

Ako devetinu putnika čine djeca, onda su osam devetina putnika odrasli, a to iznosi:

$$\frac{8}{9} \cdot 72 = \frac{8}{9} \cdot \frac{72}{1} = \frac{576}{9} = 64.$$

Odgovor je pod A.

3. inačica

Budući da je u zrakoplovu na svaka dva popunjena mjesta jedno prazno, računamo broj trojki.

$$108 : 3 = 36.$$

U svakoj su trojci dva putnika:

$$36 \cdot 2 = 72.$$

Ako devetinu putnika čine djeca, onda su osam devetina putnika odrasli, a to iznosi:

$$\frac{8}{9} \cdot 72 = \frac{8}{9} \cdot \frac{72}{1} = \frac{576}{9} = 64.$$

Odgovor je pod A.



### Vježba 126

U putničkome zrakoplovu ima 216 mjesta. Na svaka dva popunjena mjesta jedno je prazno. Ako devetinu putnika čine djeca, koliko je odraslih osoba u zrakoplovu?

**Rezultat:**      A.

**Zadatak 127 (Ana, gimnazija)**

Jedan je komad žice dulji od drugog 54 metra. Kad od svakog komada odrežemo 12 m, veći će komad biti četiri puta dulji od kraćeg. Koliko su dugački komadi žice?

**Rješenje 127**

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj  $b$  za  $n$  veći od broja  $a$ ?

$$b - n = a \quad , \quad b = a + n \quad , \quad b - a = n.$$

Kako zapisati da je broj  $x$  "en puta" veći od broja  $y$ ?

$$x = n \cdot y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{n} = y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{y} = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Neka je  $x$  duljina prve (kraće) žice. Druga je od nje dulja 54 m pa je dugačka  $x + 54$ . Kad od svakog komada odrežemo 12 m bit će duljina:

- prve (kraće) žice

$$x - 12$$

- druge (dulje) žice

$$x + 54 - 12 = x + 42.$$

Budući da je veći komad žice četiri puta dulji od kraćeg, vrijedi jednačina:

$$\begin{aligned} x + 42 = 4 \cdot (x - 12) &\Rightarrow x + 42 = 4 \cdot x - 48 \Rightarrow x - 4 \cdot x = -48 - 42 \Rightarrow -3 \cdot x = -90 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -3 \cdot x = -90 \quad /: (-3) \Rightarrow x = 30. \end{aligned}$$

Kraća žica dugačka je 30 m, a dulja

$$x + 54 = 30 + 54 = 84 \text{ m.}$$

2. inačica

Neka je  $x$  duljina kraće, a  $y$  duljina dulje žice. Veća je od kraće dulja 54 m pa vrijedi jednačina:

$$y - x = 54.$$

Kad od svakog komada odrežemo 12 m bit će duljina:

- prve (kraće) žice

$$x - 12$$

- druge (dulje) žice

$$y - 12.$$

Budući da je veći komad žice četiri puta dulji od kraćeg, vrijedi jednačina:

$$y - 12 = 4 \cdot (x - 12).$$

Iz sustava jednačina odredimo  $x$  i  $y$ .

$$\left. \begin{aligned} y - x = 54 \\ y - 12 = 4 \cdot (x - 12) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} y = 54 + x \\ y - 12 = 4 \cdot (x - 12) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 54 + x - 12 = 4 \cdot (x - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 54 + x - 12 = 4 \cdot x - 48 \Rightarrow x - 4 \cdot x = -48 - 54 + 12 \Rightarrow -3 \cdot x = -90 \Rightarrow -3 \cdot x = -90 \quad /: (-3) \Rightarrow x = 30.$$

Kraća žica dugačka je 30 m, a dulja

$$\left. \begin{aligned} y - x = 54 \\ x = 30 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - 30 = 54 \Rightarrow y = 54 + 30 \Rightarrow y = 84 \text{ m.}$$

### Vježba 127

Jedan je komad žice dulji od drugog 27 metara. Kad od svakog komada odrežemo 6 m, veći će komad biti dva puta dulji od kraćeg. Koliko su dugački komadi žice?

**Rezultat:** 33 m, 60 m.

### Zadatak 128 (Mimi ☺, Ivonchy ☺, HTT)

U posudici u kojoj se smrzava voda nastaje led oblika kvadra dimenzija 3.5 cm x 3 cm x 2 cm. Pri smrzavanju obujam vode poveća se 5%. Koliko je vode potrebno za jedan takav oblik leda? Koliko se takvih oblika leda može napraviti od 1 litre vode? (Napomena: 1 litra = 1 dm<sup>3</sup>)

### Rješenje 128

Ponovimo!

$$1 \text{ litra} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da je broj x povećan za p%?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Kvadar je uspravna prizma kojoj je baza pravokutnik. Ako su a, b i c duljine bridova kvadra iz jednog vrha, obujam kvadra jednak je

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Led oblika kvadra ima obujam:

$$\left. \begin{array}{l} a = 3.5 \text{ cm}, \quad b = 3 \text{ cm}, \quad c = 2 \text{ cm} \\ V = a \cdot b \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow V = 3.5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \Rightarrow V = 21 \text{ cm}^3.$$

Označimo slovom x obujam vode potrebne za jedan takav oblik leda obujma 21 cm<sup>3</sup>. Budući da se pri smrzavanju obujam vode poveća za 5%, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} x + \frac{5}{100} \cdot x = 21 &\Rightarrow x + \frac{5}{100} \cdot x = 21 \cdot \frac{100}{100} \Rightarrow 100 \cdot x + 5 \cdot x = 2100 \Rightarrow 105 \cdot x = 2100 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 105 \cdot x = 2100 \quad /: 105 \Rightarrow x = 20. \end{aligned}$$

Potrebno je 20 cm<sup>3</sup> vode.



Obujam 1 litre vode iznosi:

$$V = 1 \text{ litra} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3.$$

Pri smrzavanju obujam vode poveća se za 5% pa obujam dobivenog leda ima vrijednost:

$$V + \frac{5}{100} \cdot V = 1000 + \frac{5}{100} \cdot 1000 = 1000 + 50 = 1050 \text{ cm}^3.$$

Računamo koliko se kvadara leda obujma 21 cm<sup>3</sup> može dobiti iz obujma 1050 cm<sup>3</sup>.

$$n = \frac{1050 \text{ cm}^3}{21 \text{ cm}^3} \Rightarrow n = 50.$$



## Vježba 128

U posudici u kojoj se smrzava voda nastaje led oblika kvadra dimenzija 3.5 cm x 6 cm x 1 cm. Pri smrzavanju obujam vode poveća se 5%. Koliko je vode potrebno za jedan takav oblik leda?

**Rezultat:** 20 cm<sup>3</sup>.

## Zadatak 129 (Mimi ☺, Ivonchy ☺, HTT)

Za 120 kn mogle su se kupiti dvije čokolade više nego nakon njihova poskupljenja od 25%. Koliko se čokolada moglo kupiti prije poskupljenja? Kolika je cijena jedne čokolade nakon poskupljenja?

### Rješenje 129

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer,  $9\% = \frac{9}{100}$ ,  $81\% = \frac{81}{100}$ ,  $4.5\% = \frac{4.5}{100}$ ,  $0.3\% = \frac{0.3}{100}$ ,  $p\% = \frac{p}{100}$ .

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da je broj x povećan za p%?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Neka je x broj čokolada prije poskupljenja, a y cijena jedne čokolade također prije poskupljenja. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$x \cdot y = 120.$$

Budući da se nakon poskupljenja od 25% moglo kupiti dvije čokolade manje, vrijedi jednadžba:

$$(x-2) \cdot \left( y + \frac{25}{100} \cdot y \right) = 120 \Rightarrow (x-2) \cdot (y + 0.25 \cdot y) = 120 \Rightarrow (x-2) \cdot 1.25 \cdot y = 120.$$

	Broj čokolada	Cijena čokolade
Prije poskupljenja	x	y
Nakon poskupljenja	x - 2	1.25 · y

Iz sustava jednadžbi dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 120 \\ (x-2) \cdot 1.25 \cdot y = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow x \cdot y = (x-2) \cdot 1.25 \cdot y \Rightarrow x \cdot y = (x-2) \cdot 1.25 \cdot y \quad /: y \Rightarrow \\ \Rightarrow x = (x-2) \cdot 1.25 \Rightarrow 1.25 \cdot (x-2) = x \Rightarrow 1.25 \cdot x - 2.50 = x \Rightarrow 1.25 \cdot x - x = 2.50 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0.25 \cdot x = 2.50 \Rightarrow 0.25 \cdot x = 2.50 \quad /: 0.25 \Rightarrow x = 10.$$

Prije poskupljenja moglo se kupiti deset čokolada.

Računamo cijenu jedne čokolade prije poskupljenja.

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 120 \\ x = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow 10 \cdot y = 120 \Rightarrow 10 \cdot y = 120 \quad /: 10 \Rightarrow y = 12.$$

Cijena čokolade nakon poskupljenja iznosi 15 kn:

$$1.25 \cdot y = 1.25 \cdot 12 = 15.$$

## Vježba 129

Za 120 kn mogle su se kupiti dvije čokolade više nego nakon njihova poskupljenja od 25%. Koliko se čokolada moglo kupiti nakon poskupljenja?

**Rezultat:** 8.

**Zadatak 130 (Mimi ☺, Ivonchy ☺, HTT)**

Otac ima onoliko godina koliko i oba sina zajedno. Prije četiri godine imao je dvaput više od starijeg, a prije deset godina triput više od mlađeg. Koliko godina ima otac?

- A. 44      B. 32      C. 52      D. 48

**Rješenje 130**

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Kako zapisati da je broj  $x$  "en puta" veći od broja  $y$ ?

$$x = n \cdot y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{n} = y \quad \text{ili} \quad \frac{x}{y} = n.$$

Neka je:

- $x$  broj godina oca
- $y$  broj godina starijeg sina
- $z$  broj godina mlađeg sina.

	Broj godina oca	Broj godina starijeg sina	Broj godina mlađeg sina
	$x$	$y$	$z$
Prije 4 godine	$x - 4$	$x - 4$	
Prije 10 godina	$x - 10$		$z - 10$

Budući da otac ima onoliko godina koliko i oba sina zajedno vrijedi jednačba:

$$x = y + z.$$

Prije 4 godine imao je:

- otac  $x - 4$  godine
- stariji sin  $y - 4$  godine.

Otac je bio dvaput stariji od njega pa vrijedi jednačba:

$$x - 4 = 2 \cdot (y - 4).$$

Prije 10 godina imao je:

- otac  $x - 10$  godina
- mlađi sin  $z - 10$  godina.

Otac je bio triput stariji od njega pa vrijedi jednačba:

$$x - 10 = 3 \cdot (z - 10).$$

Dobije se sustav od tri jednačbe sa tri nepoznanice iz kojega se izračuna  $x$  broj godina oca.

$$\left. \begin{array}{l} x = y + z \\ x - 4 = 2 \cdot (y - 4) \\ x - 10 = 3 \cdot (z - 10) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ x - 4 = 2 \cdot y - 8 \\ x - 10 = 3 \cdot z - 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ 2 \cdot y - 8 = x - 4 \\ 3 \cdot z - 30 = x - 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ 2 \cdot y = x - 4 + 8 \\ 3 \cdot z = x - 10 + 30 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ 2 \cdot y = x + 4 \\ 3 \cdot z = x + 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ 2 \cdot y = x + 4 \quad /: 2 \\ 3 \cdot z = x + 20 \quad /: 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ y = \frac{x + 4}{2} \\ z = \frac{x + 20}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{x + 4}{2} + \frac{x + 20}{3} \Rightarrow x = \frac{x + 4}{2} + \frac{x + 20}{3} \quad /: 6 \Rightarrow 6 \cdot x = 3 \cdot (x + 4) + 2 \cdot (x + 20) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \cdot x = 3 \cdot x + 12 + 2 \cdot x + 40 \Rightarrow 6 \cdot x - 3 \cdot x - 2 \cdot x = 12 + 40 \Rightarrow x = 52.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 130

Otac ima onoliko godina koliko i oba sina zajedno. Prije četiri godine imao je dvaput više od starijeg, a prije deset godina triput više od mlađeg. Koliko godina ima mlađi sin?

- A. 24      B. 25      C. 26      D. 19

**Rezultat:** A.

### Zadatak 131 (Ante, srednja škola)

Zemlja tek kupljena u cvjećarnici sadrži 12% vode. Koliko vode treba uliti u 2 kg kupljene zemlje ako se sadi biljka koja zahtijeva 18% vode u zemlji?

- A. 126 g = 1.26 dl      B. 136 g = 1.36 dl      C. 146 g = 1.46 dl      D. 156 g = 1.56 dl

### Rješenje 131

Ponovimo!

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} \quad , \quad 1 \text{ l} = 10 \text{ dl} \quad , \quad 1 \text{ kg} = 1 \text{ l} \Rightarrow 1000 \text{ g} = 10 \text{ dl} \Rightarrow 100 \text{ g} = 1 \text{ dl}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100} \quad , \quad 81\% = \frac{81}{100} \quad , \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100} \quad , \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100} \quad , \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x$$

Neka je x količina vode, izražena u kilogramima, koju moramo doliti u 2 kg kupljene zemlje da se dobije zemlja sa 18% vode. Tada vrijedi jednačba:

$$2 \cdot \frac{12}{100} + x \cdot \frac{100}{100} = (2 + x) \cdot \frac{18}{100} \Rightarrow 2 \cdot \frac{12}{100} + x \cdot \frac{100}{100} = (2 + x) \cdot \frac{18}{100} \quad /: 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 12 + 100 \cdot x = 18 \cdot (2 + x) \Rightarrow 24 + 100 \cdot x = 18 \cdot (2 + x) \Rightarrow 24 + 100 \cdot x = 36 + 18 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \cdot x - 18 \cdot x = 36 - 24 \Rightarrow 82 \cdot x = 12 \Rightarrow 82 \cdot x = 12 \quad /: 82 \Rightarrow x = \frac{12}{82}$$

$$\Rightarrow x = 0.146 \Rightarrow x = 0.146 \text{ kg}.$$

U 2 kg kupljene zemlje treba uliti 0.146 kg vode. Preračunato u decilitre to iznosi:

$$x = 0.146 \text{ kg} = 146 \text{ g} = 1.46 \text{ dl}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 131

Zemlja tek kupljena u cvjećarnici sadrži 12% vode. Koliko vode treba uliti u 200 dag kupljene zemlje ako se sadi biljka koja zahtijeva 18% vode u zemlji?

- A. 126 g = 1.26 dl      B. 136 g = 1.36 dl      C. 146 g = 1.46 dl      D. 156 g = 1.56 dl

**Rezultat:** C.

### Zadatak 132 (Žac, srednja škola)

U nekom razredu na kraju školske godine nitko nije dobio ocjenu odličan iz matematike. Svaki šesti učenik bio je vrlo dobar, svaki treći dovoljan, a svaki deveti nedovoljan. Broj učenika je između 20 i 40. Koliko je bilo učenika u razredu? Koliko je učenika dobilo ocjenu dobar iz matematike?

### Rješenje 132

Ponovimo!

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom  $N$ .

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, n+1, \dots\}.$$

**Višekratnici** prirodnog broja su svi brojevi koji su djeljivi s tim brojem. Prirodni broj ima beskonačno mnogo višekratnika.

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Neka je  $x$  broj učenika u razredu, a  $y$  broj učenika sa ocjenom dobar iz matematike. Iz uvjeta zadatka dobije se jednadžba:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + y = x \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + y = x \quad /: 18 \Rightarrow 3 \cdot x + 6 \cdot x + 2 \cdot x + 18 \cdot y = 18 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 \cdot x + 18 \cdot y = 18 \cdot x \Rightarrow 18 \cdot y = 18 \cdot x - 11 \cdot x \Rightarrow 18 \cdot y = 7 \cdot x \Rightarrow 18 \cdot y = 7 \cdot x \quad /: 18 \Rightarrow y = \frac{7}{18} \cdot x.$$

Budući da su  $x$  i  $y$  prirodni brojevi, broj učenika  $x$  mora biti višekratnik broja 18. Zbog uvjeta zadatka slijedi

$$20 < x < 40 \Rightarrow x \in \{21, 22, 23, \dots, 38, 39\}$$

pa je

$$x = 36 = 2 \cdot 18.$$

Tada je

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{7}{18} \cdot x \\ x = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{7}{18} \cdot 36 \Rightarrow y = \frac{7}{18} \cdot 36 \Rightarrow y = 7 \cdot 2 \Rightarrow y = 14.$$

U razredu je 36 učenika.

Ocjenu dobar dobilo je 14 učenika.



### Vježba 132

U nekom razredu na kraju školske godine nitko nije dobio ocjenu odličan iz matematike. Svaki šesti učenik bio je vrlo dobar, svaki treći dovoljan, a svaki deveti nedovoljan. Broj učenika je između 20 i 40. Koliko je učenika dobilo ocjenu vrlo dobar iz matematike?

**Rezultat:** 6.

### Zadatak 133 (Mario, HTT)

U jednome razredu petina je učenika dobila ocjenu odličan, trećina vrlo dobar, tri desetine dobar, a desetina dovoljan. Dva su učenika dobila negativnu ocjenu. Koliko je učenika dobilo ocjenu odličan?

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

### Rješenje 133

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}.$$

Kako zapisati  $\frac{a}{b}$  od  $x$ ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Neka je  $x$  broj učenika u razredu. Zapišimo pomoću matematičkih izraza sljedeće tvrdnje:

- **petina učenika razreda** dobila je odličan  $\frac{1}{5} \cdot x$
- **trećina učenika razreda** dobila je vrlo dobar  $\frac{1}{3} \cdot x$
- **tri desetine učenika razreda** dobila je dobar  $\frac{3}{10} \cdot x$
- **desetina učenika razreda** dobila je dovoljan  $\frac{1}{10} \cdot x$
- **dva učenika iz razreda** dobila su negativnu ocjenu 2.

Sada možemo napisati jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{10} \cdot x + 2 &= x \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{10} \cdot x + 2 = x \quad /: 30 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 6 \cdot x + 10 \cdot x + 9 \cdot x + 3 \cdot x + 60 = 30 \cdot x \Rightarrow 28 \cdot x + 60 = 30 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 28 \cdot x - 30 \cdot x = -60 \Rightarrow -2 \cdot x = -60 \Rightarrow -2 \cdot x = -60 \quad /: (-2) \Rightarrow x = 30. \end{aligned}$$

Računamo koliko je učenika dobilo ocjenu odličan.

$$\frac{1}{5} \cdot x = \frac{1}{5} \cdot 30 = \frac{30}{5} = 6.$$

Odgovor je pod B.



### Vježba 133

U jednome razredu petina je učenika dobila ocjenu odličan, trećina vrlo dobar, tri desetine dobar, a desetina dovoljan. Dva su učenika dobila negativnu ocjenu. Koliko je učenika dobilo ocjenu vrlo dobar?

- A. 7      B. 8      C. 9      D. 10

**Rezultat:** D.

### Zadatak 134 (Maturant, gimnazija)

U jednoj je kutiji 3 puta više kuglica nego u drugoj. Iz prve je izvađeno 7 kuglica, a u drugu je stavljeno 5 kuglica pa je u obje kutije jednaki broj kuglica. Koliko je kuglica bilo na početku u svakoj kutiji?

### Rješenje 134

Ponovimo!

$$b \cdot \frac{a}{b} = a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Kako zapisati da je broj b "en puta" veći od broja a?

$$b = n \cdot a \quad \text{ili} \quad \frac{b}{n} = a \quad \text{ili} \quad \frac{b}{a} = n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Neka je  $x$  broj kuglica u drugoj kutiji. U prvoj je kutiji 3 puta više kuglica pa to iznosi  $3 \cdot x$ . Budući da je iz prve kutije izvađeno 7 kuglica, a u drugu stavljeno 5 kuglica u obje kutije je jednaki broj kuglica pa vrijedi jednadžba:

$$3 \cdot x - 7 = x + 5 \Rightarrow 3 \cdot x - x = 5 + 7 \Rightarrow 2 \cdot x = 12 \Rightarrow 2 \cdot x = 12 \quad /: 2 \Rightarrow x = 6.$$

Na početku je bilo kuglica:

- u prvoj kutiji

$$3 \cdot x = 3 \cdot 6 = 18$$

- u drugoj kutiji

$$x = 6.$$

2. inačica

Neka su  $x$  i  $y$  brojevi kuglica u prvoj i drugoj kutiji. U prvoj je kutiji 3 puta više kuglica nego u drugoj pa vrijedi jednadžba

$$x = 3 \cdot y.$$

Budući da je iz prve kutije izvađeno 7 kuglica, a u drugu stavljeno 5 kuglica u obje kutije je jednaki broj kuglica pa vrijedi jednadžba:

$$x - 7 = y + 5.$$

Iz sustava jednadžbi dobijemo početni broj kuglica.

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \cdot y \\ x - 7 = y + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 3 \cdot y - 7 = y + 5 \Rightarrow 3 \cdot y - y = 5 + 7 \Rightarrow 2 \cdot y = 12 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot y = 12 \quad /: 2 \Rightarrow y = 6.$$

Na početku je bilo kuglica:

- u prvoj kutiji

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \cdot y \\ y = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 3 \cdot 6 \Rightarrow x = 18$$

- u drugoj kutiji

$$y = 6.$$

3. inačica

Neka je  $x$  broj kuglica u drugoj kutiji. U prvoj je kutiji 3 puta više kuglica pa to iznosi  $3 \cdot x$ . Dakle, ukupan broj kuglica iznosi:

$$x + 3 \cdot x = 4 \cdot x.$$

Nakon premještanja u obje je kutije bio jednaki broj kuglica

$$\frac{4 \cdot x}{2} = 2 \cdot x.$$

Riješit ćemo zadatak računajući unatrag.

Ako u prvu kutiju dodamo 7 kuglica u njoj će biti

$$2 \cdot x + 7 \text{ kuglica.}$$

Ako iz druge kutije izvadiamo 5 kuglica u njoj će ostati

$$2 \cdot x - 5 \text{ kuglica.}$$

Sada u prvoj kutiji ima 3 puta više kuglica nego u drugoj pa vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 7 &= 3 \cdot (2 \cdot x - 5) \Rightarrow 2 \cdot x + 7 = 6 \cdot x - 15 \Rightarrow 2 \cdot x - 6 \cdot x = -15 - 7 \Rightarrow -4 \cdot x = -22 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -4 \cdot x = -22 \quad /: (-4) \Rightarrow x = \frac{22}{4} \Rightarrow x = \frac{22}{4} \Rightarrow x = \frac{11}{2}. \end{aligned}$$

Na početku je bilo kuglica:

- u prvoj kutiji

$$2 \cdot x + 7 = 2 \cdot \frac{11}{2} + 7 = 2 \cdot \frac{11}{2} + 7 = 11 + 7 = 18$$

- u drugoj kutiji

$$2 \cdot x - 5 = 2 \cdot \frac{11}{2} - 5 = 2 \cdot \frac{11}{2} - 5 = 11 - 5 = 6.$$

### Vježba 134

U jednoj je kutiji 3 puta više kuglica nego u drugoj. Iz prve su izvađene 3 kuglice, a u drugu su stavljene 3 kuglice pa je u obje kutije jednaki broj kuglica. Koliko je kuglica bilo na početku u svakoj kutiji?

**Rezultat:** 9 i 3.

### Zadatak 135 (Ivana, srednja škola)

Na bačvi se nalaze dva otvora A i B. Ako se puna bačva prazni samo kroz otvor A, potrebno je 12 minuta da se isprazni, a ako se prazni samo kroz otvor B, potrebno je 6 minuta. Za koliko će se vremena isprazniti bačva ako se istodobno otvore oba otvora?

- A. za 3 minute      B. za 4 minute      C. za 8 minuta      D. za 9 minuta

### Rješenje 135

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Probleme ovog tipa svodimo na promatranje "količine" događaja u jedinici vremena.

U ovom slučaju zadatak rješavamo svodeći ga na jedinicu vremena, 1 minutu.

1. inačica

Ako se puna bačva prazni samo kroz otvor A potrebno je 12 minuta da se isprazni pa se za 1 minutu

isprazni  $\frac{1}{12}$  bačve.

Ako se puna bačva prazni samo kroz otvor B potrebno je 6 minuta da se isprazni pa se za 1 minutu

isprazni  $\frac{1}{6}$  bačve.

Ako se istodobno otvore oba otvora A i B, onda se za 1 minutu isprazni

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

bačve.

Cijela bačva ispraznit će se za  $x$  minuta:

$$\frac{1}{4} \cdot x = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot x = 1 / \cdot 4 \Rightarrow x = 4.$$

Ako se istodobno otvore oba otvora bačva će se isprazniti za 4 minute. Odgovor je pod B.

2. inačica

Kroz otvor A za 1 minutu isprazni se  $\frac{1}{12}$  bačve. Kroz otvor B za 1 minutu isprazni se  $\frac{1}{6}$  bačve. Ako bi oba otvora A i B bila istodobno otvorena bačva bi se ispraznila za  $x$  minuta pa bi za 1 minutu bio ispražnjen  $\frac{1}{x}$  - ti dio bačve. Stoga mora biti:

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1+2}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 12 \Rightarrow 3 \cdot x = 12 / : 3 \Rightarrow x = 4.$$

Ako se istodobno otvore oba otvora bačva će se isprazniti za 4 minute. Odgovor je pod B.



### Vježba 135

Na bačvi se nalaze dva otvora A i B. Ako se puna bačva prazni samo kroz otvor A, potrebno je 6 minuta da se isprazni, a ako se prazni samo kroz otvor B, potrebne su 3 minute. Za koliko će se vremena isprazniti bačva ako se istodobno otvore oba otvora?

A. za 2 minute      B. za 3 minute      C. za 4 minute      D. za 5 minuta

**Rezultat:**      A.

### Zadatak 136 (Marija, srednja škola)

Sestra je starija od brata 4 godine. Za godinu dana omjer njihovih godina bit će 3 : 4. Koliko je godina sestri, a koliko bratu?

### Rješenje 136

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

**Kako zapisati da je broj  $x$  za  $n$  veći od broja  $y$ ?**

$$x - n = y \quad \text{ili} \quad x = y + n \quad \text{ili} \quad x - y = n.$$

Neka je  $x$  broj bratovih godina. Sestra je starija 4 godine pa pišemo  $x + 4$ .

Nakon godinu dana:

- brat ima  $x + 1$  godinu
- sestra ima  $x + 4 + 1 = x + 5$  godina.

Iz razmjera njihovih godina izračunamo  $x$ .

$$\begin{aligned} (x+1) : (x+5) &= 3 : 4 \Rightarrow 4 \cdot (x+1) = 3 \cdot (x+5) \Rightarrow 4 \cdot x + 4 = 3 \cdot x + 15 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 15 - 4 \Rightarrow x = 11. \end{aligned}$$



Brat ima 11 godina, a sestra 15 godina.

### Vježba 136

Sestra je starija od brata 5 godina. Za 5 godina omjer njihovih godina bit će 3 : 4. Koliko je godina sestri, a koliko bratu?

**Rezultat:** 15 god, 10 god.

### Zadatak 137 (Mario, srednja škola)

Prodajna cijena proizvoda u jednoj godini povećala se dva puta po četvrtinu prethodne prodajne cijene i na kraju godine iznosila je 22500 kn. Kolika je bila prvotna cijena?

#### Rješenje 137

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako izračunati  $\frac{a}{b}$  od  $x$ ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je  $x$  prvotna cijena proizvoda. Njezino povećanje za četvrtinu iznosi:

$$x + \frac{1}{4} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot x = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{4}\right) \cdot x = \frac{4+1}{4} \cdot x = \frac{5}{4} \cdot x.$$

Nova cijena ponovno je povećana za svoju četvrtinu pa vrijedi:

$$\frac{5}{4} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot x = \frac{5}{4} \cdot x + \frac{5}{16} \cdot x = \left(\frac{5}{4} + \frac{5}{16}\right) \cdot x = \frac{20+5}{16} \cdot x = \frac{25}{16} \cdot x.$$

Budući da je konačna cijena 22500 kn, dobije se jednačba:

$$\frac{25}{16} \cdot x = 22500 \Rightarrow \frac{25}{16} \cdot x = 22500 / \frac{16}{25} \Rightarrow x = 14400.$$

Prvotna cijena bila je 14400 kn.

### Vježba 137

Prodajna cijena proizvoda u jednoj godini povećala se dva puta po četvrtinu prethodne prodajne cijene i na kraju godine iznosila je 45000 kn. Kolika je bila prvotna cijena?

**Rezultat:** 28800 kn.

### Zadatak 138 (Vedran, srednja škola)

Poslije obnove neka tvornica troši za obradu jednog detalja 40 minuta manje nego prije. U tvornici se sada 36 detalja obradi za isto vrijeme za koje se prije obradilo 27. Koliko je vremena sada potrebno za obradu jednog detalja?

#### Rješenje 138

Ponovimo!

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je  $t$  vrijeme u minutama koje je tvornica trošila za obradu jednog detalja prije obnove. Za 27 detalja trebalo je

$$27 \cdot t$$

minuta.

Poslije obnove tvornica za obradu jednog detalja treba 40 minuta manje

$$t - 40$$

pa će za obradu 36 detalja trebati ukupno

$$36 \cdot (t - 40)$$

minuta.

Budući da sada 36 detalja obradi za isto vrijeme za koje se prije obradilo 27 detalja, vrijedi jednačina:

$$\begin{aligned} 36 \cdot (t - 40) &= 27 \cdot t \Rightarrow 36 \cdot t - 1440 = 27 \cdot t \Rightarrow 36 \cdot t - 27 \cdot t = 1440 \Rightarrow 9 \cdot t = 1440 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 9 \cdot t = 1440 \quad / : 9 \Rightarrow t = 160. \end{aligned}$$

Za obradu jednog detalja sada je potrebno

$$t - 40 = 160 - 40 = 120$$

minuta (ili 2 sata).



### Vježba 138

Poslije obnove neka tvornica troši za obradu jednog detalja 40 minuta manje nego prije. U tvornici se sada 72 detalja obradi za isto vrijeme za koje se prije obradilo 54. Koliko je vremena sada potrebno za obradu jednog detalja?

**Rezultat:** 2 h.

### Zadatak 139 (Vedran, srednja škola)

U svakoj od dviju posuda nalaze se određene količine vode. Izvršena su tri prelijevanja vode. Prvi se put iz prve posude prelije u drugu onoliko vode koliko u drugoj već ima vode. Drugi se put iz druge posude prelije u prvu onoliko vode koliko je u tom trenutku ima u prvoj posudi. Pri posljednjem prelijevanju iz prve se posude prelije u drugu onoliko vode koliko je već ima u drugoj posudi. Na kraju je u svakoj posudi bilo po 160 litara vode. Koliko je vode bilo u svakoj od tih posuda na početku?

### Rješenje 139

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je u početku u prvoj posudi bilo  $x$  litara, a u drugoj  $y$  litara vode.

Kod prvog prelijevanja iz prve se posude prelije u drugu onoliko vode koliko u drugoj već ima.

Nakon prvog prelijevanja vode bit će:

- u prvoj posudi

$$x - y$$

- u drugoj posudi

$$y + y = 2 \cdot y.$$

Kod drugog prelijevanja iz druge se posude prelije u prvu onoliko vode koliko je u tom trenutku ima u prvoj posudi.

Nakon drugog prelijevanja vode bit će:

- u prvoj posudi

$$(x - y) + (x - y) = x - y + x - y = 2 \cdot x - 2 \cdot y$$

- u drugoj posudi

$$2 \cdot y - (x - y) = 2 \cdot y - x + y = -x + 3 \cdot y.$$

Kod trećeg prelijevanja iz prve se posude prelije u drugu onoliko vode koliko je već ima u drugoj posudi.

Nakon trećeg prelijevanja vode bit će:

- u prvoj posudi

$$2 \cdot x - 2 \cdot y - (-x + 3 \cdot y) = 2 \cdot x - 2 \cdot y + x - 3 \cdot y = 3 \cdot x - 5 \cdot y$$

- u drugoj posudi

$$-x + 3 \cdot y + (-x + 3 \cdot y) = -x + 3 \cdot y - x + 3 \cdot y = -2 \cdot x + 6 \cdot y.$$

Pomoću tablice to izgleda ovako:

	Prva posuda	Druga posuda
Početno stanje	x	y
Prvo prelijevanje	x - y	y + y = 2 · y
Drugo prelijevanje	2 · (x - y)	2 · y - (x - y)
Treće prelijevanje	$2 \cdot (x - y) - (2 \cdot y - (x - y)) =$ $= 2 \cdot x - 2 \cdot y - (2 \cdot y - x + y) =$ $= 2 \cdot x - 2 \cdot y - 2 \cdot y + x - y =$ $= 3 \cdot x - 5 \cdot y$	$2 \cdot (2 \cdot y - (x - y)) =$ $= 2 \cdot (2 \cdot y - x + y) =$ $= 4 \cdot y - 2 \cdot x + 2 \cdot y =$ $= -2 \cdot x + 6 \cdot y$

Budući da je na kraju prelijevanja u svakoj posudi bilo 160 litara vode, dobije se sustav od dvije linearne jednačbe sa dvije nepoznanice.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 160 \\ -2 \cdot x + 6 \cdot y = 160 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 160 \quad / \cdot 2 \\ -2 \cdot x + 6 \cdot y = 160 \quad / \cdot 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6 \cdot x - 10 \cdot y = 320 \\ -6 \cdot x + 18 \cdot y = 480 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 \cdot y = 800 \Rightarrow 8 \cdot y = 800 \quad / : 8 \Rightarrow y = 100.$$

Računamo x.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 160 \\ y = 100 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \cdot x - 5 \cdot 100 = 160 \Rightarrow 3 \cdot x - 500 = 160 \Rightarrow 3 \cdot x = 160 + 500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x = 660 \Rightarrow 3 \cdot x = 660 \quad / : 3 \Rightarrow x = 220.$$

U prvoj posudi bilo je 220 litara vode, a u drugoj 100 litara.



### Vježba 139

U svakoj od dviju posuda nalaze se određene količine vode. Izvršena su tri prelijevanja vode. Prvi se put iz prve posude prelije u drugu onoliko vode koliko u drugoj već ima vode. Drugi se put iz druge posude prelije u prvu onoliko vode koliko je u tom trenutku ima u prvoj posudi. Pri posljednjem prelijevanju iz prve se posude prelije u drugu onoliko vode koliko je već ima u drugoj posudi. Na kraju je u svakoj posudi bilo po 320 litara vode. Koliko je vode bilo u svakoj od tih posuda na početku?

**Rezultat:** U prvoj posudi bilo je 440 litara vode, a u drugoj 200 litara.

### Zadatak 140 (Ana, gimnazija)

Vlak prolazi kroz tunel dug 220 m. Od trenutka u kojem lokomotiva upravo ulazi u tunel do trenutka kada je posljednji vagon izašao iz tunela prošlo je 19 sekundi. Na kraju 42. sekunde lokomotiva je bila udaljena 1 km od kraja tunela. Cijelo se vrijeme vlak gibao stalnom brzinom.

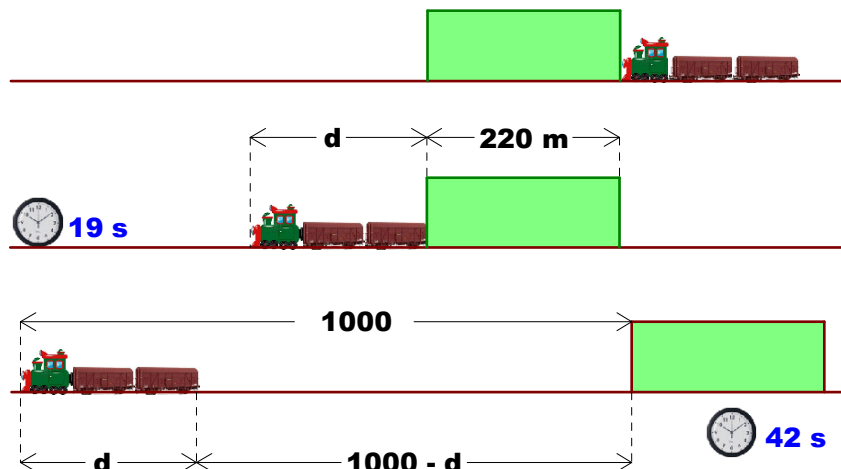
Izračunajte brzinu i duljinu vlaka.

### Rješenje 140

Ponovimo!

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \quad , \quad a = b \Rightarrow b = a.$$

$$s = v \cdot t \Leftrightarrow \text{put} = \text{brzina} \cdot \text{vrijeme}.$$



Zbog jednostavnosti računanja sve duljine izrazimo u metrima. Neka je  $v$  brzina vlaka, a  $d$  njegova duljina. Za vrijeme od 19 sekundi vlak je brzinom  $v$  prešao put

$$19 \cdot v$$

koji je jednak zbroju duljine tunela i duljine vlaka

$$220 + d$$

pa zato vrijedi jednačina

$$19 \cdot v = 220 + d.$$

Za daljnje 42 sekunde vlak je brzinom  $v$  prešao put

$$42 \cdot v$$

koji iznosi 1 km (1000 m) umanjeno za duljinu vlaka pa vrijedi jednačina

$$42 \cdot v = 1000 - d.$$

Iz sustava jednačina dobije se  $v$  i  $d$ .

$$\left. \begin{array}{l} 19 \cdot v = 220 + d \\ 42 \cdot v = 1000 - d \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow 61 \cdot v = 1220 \Rightarrow 61 \cdot v = 1220 \quad /: 61 \Rightarrow v = 20.$$

Računamo  $d$ .

$$\left. \begin{array}{l} 19 \cdot v = 220 + d \\ v = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 19 \cdot 20 = 220 + d \Rightarrow 380 = 220 + d \Rightarrow 220 + d = 380 \Rightarrow d = 380 - 220 \Rightarrow d = 160.$$

Brzina vlaka je 20 m/s, a duljina vlaka je 160 m.

### Vježba 140

Vlak prolazi kroz tunel dug 440 m. Od trenutka u kojem lokomotiva upravo ulazi u tunel do trenutka kada je posljednji vagon izašao iz tunela prošlo je 38 sekundi. Na kraju 84. sekunde lokomotiva je bila udaljena 2 km od kraja tunela. Cijelo se vrijeme vlak gibao stalnom brzinom. Izračunajte brzinu i duljinu vlaka.

**Rezultat:** Brzina vlaka je 20 m/s, a duljina vlaka je 160 m.