

Zadatak 021 (Đurđica, hotelijerska škola)

Jedan radnik završio bi posao za 10 h. Ako mu drugi pomogne 2 h posao će biti završen za 6 h. Za koje bi vrijeme drugi radnik sam završio ovaj posao?

Rješenje 021

Prvi radnik završi posao za 10 h. Za 1 h završit će $\frac{1}{10}$ posla.

Drugi radnik završi posao za x h. Za 1 h završit će $\frac{1}{x}$ posla.

Ako drugi radnik pomaže 2 h, posao će biti dovršen za 6 h:

$$2 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{10} = 1.$$

Riješimo jednadžbu:

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{10} = 1 \quad / \cdot 10x \Rightarrow 20 + 6 \cdot x = 10 \cdot x \Rightarrow 20 = 10 \cdot x - 6 \cdot x \Rightarrow 20 = 4 \cdot x \quad / : 4 \Rightarrow x = 5.$$

Drugi radnik bi završio za 5 h.

Vježba 021

Jedan radnik završio bi posao za 10 h. Ako mu drugi pomogne 4 h posao će biti završen za 6 h. Za koje bi vrijeme drugi radnik sam završio ovaj posao?

Rezultat: 10 h.

Zadatak 022 (4A, hotelijerska škola)

Dvanaestorici radnika za obaviti neki posao treba 10 dana. Ako se nakon dva dana razbolio jedan radnik, a nakon 8 dana (od početka) još jedan, tada je obavljanje posla trajalo ukupno:

- A. 10 dana B. 11 dana C. 12 dana D. 13 dana E. 17 dana

Rješenje 022

Da nakon 2 dana nije bilo promjena, 12 radnika bi obavilo posao za 8 dana. Razbolio se 1 radnik i ostalo ih je 11. Treba izračunati za koliko dana će posao obaviti 11 radnika.

Ako imamo više radnika, posao će obaviti za manje dana rada (obrnuto razmjerne veličine).

↓	12 radnika	8 dana	↑
	11 radnika	x dana	

Iz razmjera dobije se:

$$x : 8 = 12 : 11 \Rightarrow 11 \cdot x = 96 \Rightarrow x = \frac{96}{11}.$$

Uz odrađenih 2 dana i ostatak posla koji će se obaviti za $\frac{96}{11}$ dana, posao će se obaviti za ukupno

$$2 + \frac{96}{11} = \frac{118}{11}$$

dana. Nakon 8 dana (računajući od početka) ostao je još posao koji treba obaviti za

$$\frac{118}{11} - 8 = \frac{118 - 88}{11} = \frac{30}{11}$$

dana (11 radnika radi). Izostao je još 1 radnik, pa je sada ukupno 10 radnika.

	11 radnika	$\frac{30}{11}$ dana	↑
↓	10 radnika	x dana	

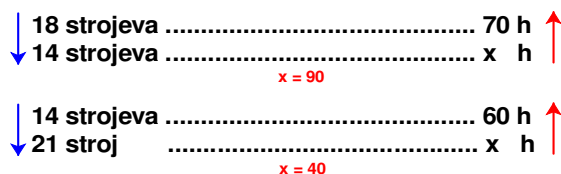
$$x : \frac{30}{11} = 11 : 10 \Rightarrow 10 \cdot x = \frac{30}{11} \cdot 11 \Rightarrow 10 \cdot x = 30 \quad / : 10 \Rightarrow x = 3.$$

Uz odrađenih 8 dana i ostatka posla koji se obavi za 3 dana, dobijemo ukupno $8 + 3 = 11$ dana. Odgovor pod B.

Vježba 022

Neki posao može završiti 18 strojeva za 100 h. U tijeku rada, nakon 30 h rada prestala su raditi 4 stroja. Nakon 60 h (računajući od početka) dopremljeno je novih 7 strojeva. Ako pretpostavimo da je kapacitet strojeva jednak, koliko će ukupno trajati posao?

Rezultat:



Ukupno će trajati 100 h.

Zadatak 023 (Xena, komercijalna škola)

Ako 25 eura vrijedi 185 kuna, a 35 dolara 217 kuna, koliko eura vrijedi 37 dolara?

Rješenje 023

Verižni račun je poseban slučaj trojnog pravila kada su veličine koje se međusobno uspoređuju upravno razmjerne. Rješavajući zadatke verižnim računom koristimo shemu zvanu verižnik (veličine su lančano povezane). Treba se strogo držati pravila:

- ☐ Uvijek započinjemo pitanjem, a traženu veličinu označavamo slovom x . Ona se stavlja na lijevu stranu okomite dužine. U istom retku s desna pišemo veličinu koja se odnosi na x .
- ☐ Svaki novi red počinjemo onim imenovanim brojem kojim završava prethodni red.
- ☐ Verižnik započinje i završava istim imenovanim brojem.
- ☐ Rezultat se dobije

$$x = \frac{\text{produkt brojeva desne strane sheme}}{\text{produkt brojeva lijeve strane sheme}}$$

Verižnik je oblika:

x EUR	37 \$
35 \$	217 kn
185 kn	25 EUR

$$x = \frac{37 \cdot 217 \cdot 25}{35 \cdot 185} = 31 \text{ EUR.}$$

Vježba 023

Ako 25 eura vrijedi 185 kuna, a 25 dolara 217 kuna, koliko eura vrijedi 37 dolara?

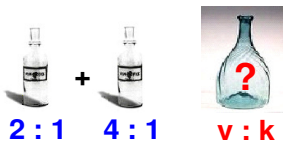
Rezultat: 43.40 EUR.

Zadatak 024 (Ivana, ekonomska škola)

Dvije boce jednakog obujma napunjene su smjesom vode i kiseline. Omjeri količina vode i kiseline su 2 : 1, odnosno 4 : 1. Prelijemo li sadržaj objiju boca u jednu veliku bocu, omjer vode i kiseline u novoj boci bit će:

- A. 3 : 1 B. 6 : 1 C. 11 : 4 D. 5 : 1 E. 8 : 1

Rješenje 024



U prvoj boci omjer vode i kiseline je:

$$v_1 : k_1 = 2 : 1 \Rightarrow v_1 = 2 \cdot k_1.$$

Budući da je $v_1 + k_1 = V$, slijedi

$$2 \cdot k_1 + k_1 = V \Rightarrow 3 \cdot k_1 = V \Rightarrow k_1 = \frac{1}{3} \cdot V \Rightarrow v_1 = \frac{2}{3} \cdot V.$$

U drugoj boci omjer vode i kiseline iznosi:

$$v_2 : k_2 = 4 : 1 \Rightarrow v_2 = 4 \cdot k_2.$$

Budući da je $v_2 + k_2 = V$, slijedi

$$4 \cdot k_2 + k_2 = V \Rightarrow 5 \cdot k_2 = V \Rightarrow k_2 = \frac{1}{5} \cdot V \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5} \cdot V.$$

Kada prelijemo sadržaj objiju boca u jednu veliku bocu, omjer vode i kiseline bit će:

$$\begin{aligned} (v_1 + v_2) : (k_1 + k_2) &= \left(\frac{2}{3} \cdot V + \frac{4}{5} \cdot V \right) : \left(\frac{1}{3} \cdot V + \frac{1}{5} \cdot V \right) \Rightarrow (v_1 + v_2) : (k_1 + k_2) = \frac{\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \right) \cdot V}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \cdot V} = \\ &= \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{10+12}{15}}{\frac{5+3}{15}} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4} = 11 : 4. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 024

Dvije boce jednakog obujma napunjene su smjesom vode i kiseline. Omjeri količina vode i kiseline su 2 : 1, odnosno 3 : 1. Prelijemo li sadržaj objiju boca u jednu veliku bocu, omjer vode i kiseline u novoj boci bit će:

- A. 5 : 2 B. 17 : 7 C. 6 : 1 D. 15 : 4 E. 6 : 5

Rezultat: Odgovor je pod B.

Zadatak 025 (Ana, hotelijerska škola)

Ako je $2a : 3b = 4b : 3a$ nađi $b^4 : a^4$.

Rješenje 025

$$\begin{aligned} 2a : 3b = 4b : 3a &\Rightarrow 2a \cdot 3a = 3b \cdot 4b \Rightarrow 6a^2 = 12b^2 \quad /:6 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow 2b^2 = a^2 \quad /: \frac{1}{2a^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2} \quad /:2 \Rightarrow \left(\frac{b^2}{a^2} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow \frac{b^4}{a^4} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^4 : a^4 = 0.25. \end{aligned}$$

Vježba 025

Ako je $a : 3b = 2b : 3a$ nađi $b^4 : a^4$.

Rezultat: $b^4 : a^4 = 0.25$.

Zadatak 026 (1A, hotelijerska škola)

Na zemljopisnoj karti udaljenost dvaju mjesta iznosi 15 cm, a stvarna udaljenost tih mjesta je 120 km. Koliko je mjerilo karte?

Rješenje 026



M = 1 : x

$$M = 1 \text{ cm na karti} : x \text{ cm u prirodi} \Rightarrow M = 1 : x.$$

Postavimo razmjer:

$$1 : x = 15 \text{ cm} : 120 \text{ km} \Rightarrow 1 : x = 15 \text{ cm} : 12000000 \text{ cm} \Rightarrow 15 \cdot x = 12000000 \quad /:15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12000000}{15} = 800000.$$

Mjerilo zemljopisne karte iznosi: $M = 1 : 800\,000$.

Vježba 026

Na zemljopisnoj karti udaljenost dvaju mjesta iznosi 15 cm, a stvarna udaljenost tih mjesta je 90 km. Koliko je mjerilo karte?

Rezultat: $M = 1 : 600\,000$.

Zadatak 027 (1A, hotelijerska škola)

Pet krava za pet dana daju 50 litara mlijeka. Koliko će 10 krava za 10 dana dati mlijeka?

Rješenje 027

1. inačica

5 krava za 5 dana daju 50 litara
5 krava za 1 dan daju $\frac{50}{5} = 10$ litara
1 krava za 1 dan daje $\frac{10}{5} = 2$ litre
10 krava za 1 dan daju $10 \cdot 2 = 20$ litara
10 krava za 10 dana daju $10 \cdot 20 = 200$ litara

2. inačica

5 krava za 5 dana daju 50 litara
1 krava za 5 dana daje $\frac{50}{5} = 10$ litara
1 krava za 10 dana daje $2 \cdot 10 = 20$ litara
10 krava za 10 dana daju $10 \cdot 20 = 200$ litara

3. inačica

5 krava za 5 dana daju 50 litara
1 krava za 5 dana daje $\frac{50}{5} = 10$ litara
1 krava za 1 dan daje $\frac{10}{5} = 2$ litre
1 krava za 10 dana daje $10 \cdot 2 = 20$ litara
10 krava za 10 dana daju $10 \cdot 20 = 200$ litara

4. inačica

5 krava za 5 dana daju 50 litara
1 krava za 5 dana daje $\frac{50}{5} = 10$ litara
10 krava za 5 dana daje $10 \cdot 10 = 100$ litara
10 krava za 10 dana daju $2 \cdot 100 = 200$ litara

5. inačica

5 krava za 5 dana daju 50 litara
1 krava za 5 dana daje $\frac{50}{5} = 10$ litara
1 krava za 1 dan daje $\frac{10}{5} = 2$ litre
10 krava za 1 dan daje $10 \cdot 2 = 20$ litara
10 krava za 10 dana daju $2 \cdot 100 = 200$ litara

6. inačica



5 krava	5 dana	50 litara
10 krava ↑	10 dana ↑	x ↑



$$x = 50 \cdot \frac{10 \cdot 10}{5 \cdot 5} \Rightarrow x = 50 \cdot 4 = 200 \text{ litara.}$$

Vježba 027

Pet krava za 5 dana daju 5 litara mlijeka. Koliko će 10 krava za 10 dana dati mlijeka?

Rezultat: 20 litara.

Zadatak 028 (Carmen, ekonomska škola)

Djelatnik A radio je 240 sati, a izostao 12 sati, djelatnik B radio je 220 sati, a izostao 11 sati, djelatnik C radio je 240 sati, a izostao 48 sati s posla. Kako će biti plaćen radnik C ako je ukupno na raspolaganju iznos 31 500 kn?

Rješenje 028

Ponovimo!

Kad neku veličinu trebamo podijeliti na dijelove $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ upravno razmjerno s veličinom zadanom nizom brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ i obrnuto razmjerno s veličinom zadanom nizom brojeva $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$, onda je:

$$x_1 = k \cdot \frac{a_1}{b_1}, \quad x_2 = k \cdot \frac{a_2}{b_2}, \quad x_3 = k \cdot \frac{a_3}{b_3} \quad \dots \quad x_n = k \cdot \frac{a_n}{b_n}.$$

Označimo zarade prvog (A), drugog (B) i trećeg (C) radnika s x_1, x_2 i x_3 . Tada je:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 31\,500 \text{ kn.}$$

Budući da je prva veličina razmjerna (veći broj radnih sati – veća zarada), a druga obrnuto razmjerna (veći broj izostanaka – manja zarada), možemo pisati:

$$x_1 = k \cdot \frac{240}{12} = 20 \cdot k, \quad x_2 = k \cdot \frac{220}{11} = 20 \cdot k, \quad x_3 = k \cdot \frac{240}{48} = 5 \cdot k.$$

Ukupno je:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 20 \cdot k + 20 \cdot k + 5 \cdot k \Rightarrow 31\,500 = 45 \cdot k \quad /: 45 \Rightarrow k = \frac{31\,500}{45} \Rightarrow k = 700.$$

Djelatnik C bit će plaćen:

$$x_3 = 5 \cdot k \Rightarrow x_3 = 5 \cdot 700 \Rightarrow x_3 = 3\,500 \text{ kn.}$$

Vježba 028

Djelatnik A radio je 240 sati, a izostao 12 sati, djelatnik B radio je 220 sati, a izostao 11 sati, djelatnik C radio je 240 sati, a izostao 48 sati s posla. Kako će biti plaćen radnik B ako je ukupno na raspolaganju iznos 31 500 kn?

Rezultat: 14 000 kn.

Zadatak 029 (Ana, TUPŠ)

Pilana ima 4 pile i treba u što kraćem vremenu izrezati 23.5 m^3 trupaca. Koliko m^3 treba odrediti uz svaku pilu da bi sve zajedno radile i obavile posao ako:

- I. pila ispili za 5 h 6 m^3 trupaca,
- II. pila ispili za 4 h 5 m^3 trupaca,
- III. pila ispili za 3 h 1.5 m^3 trupaca,
- IV. pila ispili za 2 h 3.5 m^3 trupaca.

Rješenje 029

Ponovimo!

Složenim računom diobe služimo se kada su dijelovi veličine koju treba podijeliti razmjerni s više veličina. Kada neku veličinu trebamo podijeliti na dijelove $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ upravno razmjerno s veličinom zadanom nizom brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ i obrnuto razmjerno s veličinom zadanom nizom brojeva $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$, onda je:

$$x_1 = k \cdot \frac{a_1}{b_1}, \quad x_2 = k \cdot \frac{a_2}{b_2}, \quad x_3 = k \cdot \frac{a_3}{b_3} \quad \dots \quad x_n = k \cdot \frac{a_n}{b_n}.$$

Označimo redom x_1, x_2, x_3, x_4 broj m^3 trupaca koje treba odrediti uz svaku pilu da bi sve zajedno radile i obavile posao. Tada je:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 23.5 \text{ m}^3.$$

Udio svake pile upravo je razmjernan s kapacitetom ispiljenih trupaca u jedinici vremena:

$$x_1 = k \cdot \frac{6}{5}, \quad x_2 = k \cdot \frac{5}{4}, \quad x_3 = k \cdot \frac{1.5}{3}, \quad x_4 = k \cdot \frac{3.5}{2}.$$



Sada računamo faktor razmjernosti ili proporcionalnosti k:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 23.5 \Rightarrow k \cdot \frac{6}{5} + k \cdot \frac{5}{4} + k \cdot \frac{1.5}{3} + k \cdot \frac{3.5}{2} = 23.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot \left(\frac{6}{5} + \frac{5}{4} + \frac{1.5}{3} + \frac{3.5}{2} \right) = 23.5 \Rightarrow k \cdot \frac{72 + 75 + 30 + 105}{60} = 23.5 \Rightarrow k \cdot \frac{282}{60} = 23.5 \cdot \frac{60}{282} \Rightarrow k = 5.$$

Dakle, za 5 h rada:

- prva pila ispili $x_1 = 5 \cdot \frac{6}{5} = 6 \text{ m}^3$ trupaca
- druga pila ispili $x_2 = 5 \cdot \frac{5}{4} = 6.25 \text{ m}^3$ trupaca
- treća pila ispili $x_3 = 5 \cdot \frac{1.5}{3} = 2.5 \text{ m}^3$ trupaca
- četvrta pila ispili $x_4 = 5 \cdot \frac{3.5}{2} = 8.75 \text{ m}^3$ trupaca.

Vježba 029

Pilana ima 4 pile i treba u što kraćem vremenu izrezati 23.5 m^3 trupaca. Koliko m^3 treba odrediti uz svaku pilu da bi sve zajedno radile i obavile posao ako:

- pila ispili za 5 h 6 m^3 trupaca,
- pila ispili za 4 h 5 m^3 trupaca,
- pila ispili za 6 h 3 m^3 trupaca,
- pila ispili za 4 h 7 m^3 trupaca,

Rezultat: Za 5 h rada: $6 \text{ m}^3, 6.25 \text{ m}^3, 2.5 \text{ m}^3, 8.75 \text{ m}^3$.

Zadatak 030 (Ines, srednja škola)

Ako je $3x : 5y = 7 : 11$, koliko je $x : y$?

Rješenje 030

Ponovimo!

Množenje racionalnih brojeva:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Razmjer:

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

1. inačica

$$3x : 5y = 7 : 11 \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{5 \cdot y} = \frac{7}{11} \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{5 \cdot y} = \frac{7}{11} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{11} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{35}{33} \Rightarrow x : y = 35 : 33.$$

2. inačica

$$3x : 5y = 7 : 11 \Rightarrow 3 \cdot x \cdot 11 = 5 \cdot y \cdot 7 \Rightarrow 33 \cdot x = 35 \cdot y \cdot \frac{1}{33 \cdot y} \Rightarrow \frac{33 \cdot x}{33 \cdot y} = \frac{35 \cdot y}{33 \cdot y} \Rightarrow \frac{33 \cdot x}{33 \cdot y} = \frac{35 \cdot y}{33 \cdot y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{35}{33} \Rightarrow x : y = 35 : 33.$$

Vježba 030

Ako je $3x : 5y = 4 : 7$, koliko je $x : y$?

Rezultat: 20 : 21.

Zadatak 031 (Zoran, gimnazija)

Nakon 12 minuta gorenja duljina svijeće smanji se s 30 cm na 25 cm. Nakon koliko će vremena svijeća dogorjeti?

Rješenje 031

1. inačica

Uočimo da se za 12 minuta duljina svijeće smanji za 5 cm:

$$30 \text{ cm} - 25 \text{ cm} = 5 \text{ cm}.$$



Da bi svijeća duljine 25 cm dogorjela trebat će:

$$12 \text{ min} \cdot \frac{25 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 12 \text{ min} \cdot 5 = 60 \text{ min} = 1 \text{ h.}$$

2. inačica

Budući da se svijeća jednoliko smanjuje 5 cm za 12 minuta, za 25 cm trebat će x minuta. Postavimo razmjer:

$$5 \text{ cm} : 12 \text{ min} = 25 \text{ cm} : x \Rightarrow 5 \text{ cm} \cdot x = 12 \text{ min} \cdot 25 \text{ cm} \Rightarrow x = \frac{12 \text{ min} \cdot 25 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow x = 12 \text{ min} \cdot 5 \Rightarrow x = 60 \text{ min} \Rightarrow x = 1 \text{ h.}$$

Vježba 031

Nakon 24 minute gorenja duljina svijeće smanji se s 30 cm na 25 cm. Nakon koliko će vremena svijeća dogorjeti?

Rezultat: 2 h.

Zadatak 032 (Matea, hotelijerska škola)

24 radnika mogu obaviti neki posao za 15 dana. Posao su započela 24 radnika, ali su nakon četiri dana odustala 2 radnika. Za koliko će ukupno dana posao biti gotov?

Rješenje 032

1. inačica

Postavimo jednadžbu!

Ukupnu količinu posla koju 24 radnika trebaju obaviti za 15 dana možemo izraziti brojem:

$$24 \cdot 15 = 360.$$

Za 4 dana zajedničkog rada 24 radnika obavilo je

$$24 \cdot 4 = 96$$

dijela ukupnog posla. Neka je x broj dana za koje bi preostalih 22 radnika završilo posao. Za x dana tih 22 radnika završilo bi

$$22 \cdot x$$

dijela ukupnog posla. Zato vrijedi jednadžba:

$$24 \cdot 4 + 22 \cdot x = 24 \cdot 15 \Rightarrow 96 + 22 \cdot x = 360 \Rightarrow 22 \cdot x = 360 - 96 \Rightarrow 22 \cdot x = 264 \quad /:22 \Rightarrow x = 12.$$

Posao će biti završen za 4 + 12 = 16 dana.

2. inačica

Nakon što su 24 radnika radilo 4 dana ostatak posla bi njih 24 radilo još 15 - 4 = 11 dana:

24 radnika.....11 dana.

Međutim, nakon odlaska 2 radnika, isti dio posla trebaju obaviti njih 22. Sada možemo postaviti pravilo trojno:

↓	24 radnika.....11 dana	↑
↓	22 radnika..... x dana	↑

i dobijemo razmjer:

$$x : 11 = 24 : 22 \Rightarrow 22 \cdot x = 264 \quad /:22 \Rightarrow x = 12.$$

Posao će biti završen za 4 + 12 = 16 dana.

3. inačica

Ako 24 radnika za 15 dana obave cijeli posao, tada 24 radnika za 1 dan obave $\frac{1}{15}$ posla, a 1 radnik za 1 dan

obavi $\frac{1}{360}$ posla. Tablični prikaz:

radnici	dani	posao
24	15	1
24	1	$\frac{1}{15}$
1	1	$\frac{1}{360}$

Prva 4 dana radilo je svih 24 radnika i obavili su

$$24 \cdot 4 \cdot \frac{1}{360} = \frac{96}{360}$$

posla. Ostalo je

$$1 - \frac{96}{360} = \frac{264}{360}$$

posla i taj ostatak mora obaviti 22 radnika za nepoznati broj dana. Budući da 1 radnik za 1 dan obavi $\frac{1}{360}$

posla, to 22 radnika za 1 dan obave $\frac{22}{360}$ posla. Zato će $\frac{160}{184}$ posla biti obavljeno za:

$$\frac{264}{360} : \frac{22}{360} = 12.$$

Posao će biti završen za $4 + 12 = 16$ dana.

Vježba 032

20 radnika dobilo je zadatak da za 10 dana obavi neki posao. Nakon 3 dana 6 radnika se razboljelo. Koliko će kasniti posao?

Rezultat: Ostatak posla obave za 10 dana. Posao kasni 3 dana.

Zadatak 033 (Matea, hotelijerska škola)

27 radnika mogu podići neki nasip za 18 dana. Posao je započelo 27 radnika, ali su nakon 3 dana zaposlena još tri radnika. Za koliko će ukupno dana posao biti gotov?

Rješenje 033

1. inačica

Postavimo jednadžbu!

Ukupnu količinu posla koju 27 radnika treba obaviti za 18 dana možemo izraziti brojem:

$$27 \cdot 18 = 486.$$

Za 3 dana zajedničkog rada 27 radnika obavilo je

$$27 \cdot 3 = 81$$

dijela ukupnog posla. Neka je x broj dana za koje bi preostalih 30 radnika (jer su došla još trojica) završilo posao. Za x dana tih 30 radnika završilo bi

$$30 \cdot x$$

dijela ukupnog posla. Zato vrijedi jednadžba:

$$27 \cdot 3 + 30 \cdot x = 27 \cdot 18 \Rightarrow 81 + 30 \cdot x = 486 \Rightarrow 30 \cdot x = 486 - 81 \Rightarrow 30 \cdot x = 405 \quad /:30 \Rightarrow x = 13.5.$$

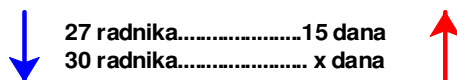
Posao će biti završen za $3 + 13.5 = 16.5$ dana.

2. inačica

Nakon što je 27 radnika radilo 3 dana ostatak posla bi njih 30 (jer su došla još trojica) radilo još $18 - 3 = 15$ dana:

27 radnika.....15 dana.

Međutim, nakon dolaska 3 radnika, isti dio posla trebaju obaviti njih 30. Sada možemo postaviti pravilo trojno:



i dobijemo razmjer:

$$x : 15 = 27 : 30 \Rightarrow 30 \cdot x = 405 \quad /:30 \Rightarrow x = 13.5.$$

Posao će biti završen za $3 + 13.5 = 16.5$ dana.

3. inačica

Ako 27 radnika za 18 dana obave cijeli posao, tada 27 radnika za 1 dan obave $\frac{1}{18}$ posla, a 1 radnik za 1 dan obavi $\frac{1}{486}$ posla. Tablični prikaz:

radnici	dani	posao
27	18	1
27	1	$\frac{1}{18}$
1	1	$\frac{1}{486}$

Prva 3 dana radilo je svih 27 radnika i obavili su

$$27 \cdot 3 \cdot \frac{1}{486} = \frac{81}{486}$$

posla. Ostalo je

$$1 - \frac{81}{486} = \frac{405}{486}$$

posla i taj ostatak mora obaviti 30 radnika za nepoznati broj dana. Budući da 1 radnik za 1 dan obavi $\frac{1}{486}$ posla, to 30 radnika za 1 dan obave $\frac{30}{486}$ posla. Zato će $\frac{405}{486}$ posla biti obavljeno za:

$$\frac{405}{486} : \frac{30}{486} = 13.5.$$

Posao će biti završen za $3 + 13.5 = 16.5$ dana.

Vježba 033

Neki posao može obaviti 18 djelatnika za 20 dana. Za koliko dana bi se ranije završio posao ako se nakon 5 dana uzmu još 2 djelatnika?

Rezultat: Ostatak posla obavi se za 13.5 dana, tj. 1.5 dana ranije.

Zadatak 034 (Vedran, srednja škola)

Broj a je za 3 veći od pozitivnoga broja b. Njihov je omjer $5 : 3$. Koliki iznosi a?

Rješenje 034

Ponovimo!

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

1. inačica

Budući da je broj a za 3 veći od pozitivnoga broja b, vrijedi:

$$a = b + 3.$$

Tada je:

$$\left. \begin{array}{l} a = b + 3 \\ a : b = 5 : 3 \end{array} \right\} \Rightarrow (b + 3) : b = 5 : 3 \Rightarrow 3 \cdot (b + 3) = 5 \cdot b \Rightarrow 3 \cdot b + 9 = 5 \cdot b \Rightarrow 3 \cdot b - 5 \cdot b = -9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot b = -9 \quad / : (-2) \Rightarrow b = \frac{9}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = \frac{9}{2} \\ a = b + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{9}{2} + 3 \Rightarrow a = \frac{15}{2}.$$

2. inačica

Budući da je broj a za 3 veći od pozitivnoga broja b, vrijedi:

$$b = a - 3.$$

Tada je:

$$\left. \begin{array}{l} b = a - 3 \\ a : b = 5 : 3 \end{array} \right\} \Rightarrow a : (a - 3) = 5 : 3 \Rightarrow 3 \cdot a = 5 \cdot (a - 3) \Rightarrow 3 \cdot a = 5 \cdot a - 15 \Rightarrow 3 \cdot a - 5 \cdot a = -15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot a = -15 \quad /: (-2) \Rightarrow a = \frac{15}{2}.$$

Vježba 034

Broj a je za 1 veći od pozitivnoga broja b. Njihov je omjer 5 : 3. Koliki iznosi a?

Rezultat: $a = \frac{5}{2}.$

Zadatak 035 (1A, TUPŠ)

U smjesi za beton cement i šljunak nalaze se u omjeru 2 : 3. Koliko je cementa potrebno za 600 kg betona?

Rješenje 035

Ponovimo!

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

1. inačica



Ako sa x označimo potrebnu količinu cementa, onda je 600 - x količina šljunka. Budući da se količina cementa i šljunka nalaze u omjeru 2 : 3, tada vrijedi:

$$x : (600 - x) = 2 : 3 \Rightarrow 3 \cdot x = 2 \cdot (600 - x) \Rightarrow 3 \cdot x = 1200 - 2 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x + 2 \cdot x = 1200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x = 1200 \quad /: 5 \Rightarrow x = 240 \text{ kg}.$$

2. inačica

Označimo sa x količinu cementa, a sa y količinu šljunka. Tada vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} x : y = 2 : 3 \\ x + y = 600 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2 \cdot k \\ y = 3 \cdot k \\ x + y = 600 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot k + 3 \cdot k = 600 \Rightarrow 5 \cdot k = 600 \quad /: 5 \Rightarrow k = 120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} k = 120 \\ x = 2 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2 \cdot 120 \Rightarrow x = 240 \text{ kg}.$$

Vježba 035

U smjesi za beton cement i šljunak nalaze se u omjeru 3 : 7. Koliko je cementa potrebno za 500 kg betona?

Rezultat: 150 kg.

Zadatak 036 (Mimi, gimnazija)

Ako je $2a : 3b = 4b : 3a$, koliko je $b^2 : a^2$?

Rješenje 036

Ponovimo!

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Ako su a i b brojevi, kažemo da je količnik $a : b$, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b.

Vrijednost omjera ne mijenja se ako se prvi i drugi broj pomnože ili podijele istim brojem.

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

$$a : b = (a : n) : (b : n).$$

Razmjer ili proporcija naziv je za dva omjera koji su jednaki:

$$a : b = c : d, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0.$$

Iz razmjera

$$a : b = c : d$$

slijedi

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Sada računamo:

$$\begin{aligned} 2a : 3b = 4b : 3a &\Rightarrow 2a \cdot 3a = 3b \cdot 4b \Rightarrow 6 \cdot a^2 = 12 \cdot b^2 \Rightarrow 6 \cdot a^2 = 12 \cdot b^2 \quad / : 6 \Rightarrow a^2 = 2 \cdot b^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a^2 = 2 \cdot b^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot a^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow b^2 : a^2 = 1 : 2. \end{aligned}$$

Vježba 036

Ako je $2a : 3b = 4b : 3a$, koliko je $a^2 : b^2$?

Rezultat: 2 : 1.

Zadatak 037 (Mimi, gimnazija)

Ako je $(2a + b) : (2b + a) = 4 : 5$, koliko je $5b^2 : 4a^2$?

Rješenje 037

Ponovimo!

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Ako su a i b brojevi, kažemo da je količnik $a : b$, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b.

Vrijednost omjera ne mijenja se ako se prvi i drugi broj pomnože ili podijele istim brojem.

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

$$a : b = (a : n) : (b : n).$$

Razmjer ili proporcija naziv je za dva omjera koji su jednaki:

$$a : b = c : d, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0.$$

Iz razmjera

$$a : b = c : d$$

slijedi

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Sada računamo:

$$\begin{aligned} (2a + b) : (2b + a) = 4 : 5 &\Rightarrow 5 \cdot (2a + b) = 4 \cdot (2b + a) \Rightarrow 10 \cdot a + 5 \cdot b = 8 \cdot b + 4 \cdot a \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 \cdot a - 4 \cdot a = 8 \cdot b - 5 \cdot b \Rightarrow 6 \cdot a = 3 \cdot b \Rightarrow 6 \cdot a = 3 \cdot b \quad / : 3 \Rightarrow 2 \cdot a = b. \end{aligned}$$

Zadani omjer iznosi:

$$5b^2 : 4a^2 = \frac{5b^2}{4a^2} = \left[b = 2a \right] = \frac{5 \cdot (2a)^2}{4a^2} = \frac{5 \cdot 4a^2}{4a^2} = \frac{5 \cdot 4a^2}{4a^2} = \frac{5}{1} = 5 : 1.$$

Vježba 037

Ako je $(2a + b) : (2b + a) = 4 : 5$, koliko je $4a^2 : 5b^2$?

Rezultat: 1 : 5.

Zadatak 038 (Mimi, gimnazija)

Ako je $a : b : c = 1 : 2 : 3$, koliko je $(a + b) : (b + c) : (c + a)$?

Rješenje 038

Ponovimo!

Razmjjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Ako su a i b brojevi, kažemo da je količnik $a : b$, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b.

Vrijednost omjera ne mijenja se ako se prvi i drugi broj pomnože ili podijele istim brojem.

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

$$a : b = (a : n) : (b : n).$$

Razmjjer ili proporcija naziv je za dva omjera koji su jednaki:

$$a : b = c : d, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0.$$

Iz razmjjera

$$a : b = c : d$$

slijedi

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Za

$$a : b : c = 1 : 2 : 3$$

možemo pisati

$$a : b : c = 1 : 2 : 3 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = k \\ b = 2 \cdot k \\ c = 3 \cdot k \end{array} \right\}$$

Sada je:

$$\begin{aligned} (a + b) : (b + c) : (c + a) &= (k + 2 \cdot k) : (2 \cdot k + 3 \cdot k) : (3 \cdot k + k) = (3 \cdot k) : (5 \cdot k) : (4 \cdot k) = \\ &= [\text{članove omjera dijelimo brojem } k] = 3 : 5 : 4. \end{aligned}$$

Vježba 038

Ako je $a : b : c = 1 : 2 : 3$, koliko je $(a + b) : (b + c) : (c - a)$?

Rezultat: $3 : 5 : 2$.

Zadatak 039 (Ana, srednja škola)

Stranice pravokutnika na zemljovidu mjerila $1 : 50000$ iznose 1.5 cm i 2 cm. Kolika je površina koju pravokutnik predočuje u prirodi?

Rješenje 039

Ponovimo!

Površina pravokutnika duljina stranica a i b iznosi:

$$P = a \cdot b.$$



1 : 50 000

Mjerilo $1 : 50000$ znači da 1 centimetar na zemljovidu (geografskoj karti) predočuje 50000 centimetara u prirodi.

1. inačica

Računamo duljine stranica u prirodi:

$$a = 1.5 \text{ cm} \cdot 50000 = 75000 \text{ cm} = 750 \text{ m}, \quad b = 2 \text{ cm} \cdot 50000 = 100000 \text{ cm} = 1000 \text{ m}.$$

Površina pravokutnika iznosi:

$$P = a \cdot b \Rightarrow P = 750 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} \Rightarrow P = 750000 \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = 7.5 \cdot 10^5 \text{ m}^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ m}^2 = 0.000001 \text{ km}^2 \end{array} \right] \Rightarrow P = 0.75 \text{ km}^2.$$

2. inačica

Površina pravokutnika na zemljovidu iznosi:

$$P = a \cdot b \Rightarrow P = 1.5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \Rightarrow P = 3 \text{ cm}^2.$$

Budući da je riječ o površini zadano mjerilo 1 : 50000 moramo kvadrirati

$$(1 : 50000)^2 = 1^2 : 50000^2 = 1 : 2500000000.$$

Površina pravokutnika u prirodi iznosi:

$$P = 3 \text{ cm}^2 \cdot 2500000000 \Rightarrow P = 7500000000 \text{ cm}^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ cm}^2 = 0.0001 \text{ m}^2 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow P = 750000 \text{ m}^2 \Rightarrow P = 7.5 \cdot 10^5 \text{ m}^2 \Rightarrow P = 0.75 \text{ km}^2.$$

Vježba 039

Stranice pravokutnika na zemljovidu mjerila 1 : 50000 iznose 3 cm i 2 cm. Kolika je površina koju pravokutnik predočuje u prirodi?

Rezultat: 1.5 km².

Zadatak 040 (Lidija, Matija, HTT)

Kutija sadrži 150 loptica od kojih je 12 s greškom. Ako se uzme uzorak od 25 nasumice odabranih loptica, može se očekivati da broj loptica s greškom bude:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Rješenje 040

Ponovimo!

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

1. inačica

Označimo slovom x broj loptica s greškom koje možemo očekivati u uzorku. Budući da je riječ o proporcionalnim veličinama (ako uzmemo manje loptica, bit će i manje loptica s greškom) možemo napisati razmjer:

$$150 : 25 = 12 : x \Rightarrow 150 \cdot x = 25 \cdot 12 \Rightarrow 150 \cdot x = 300 \quad / : 150 \Rightarrow x = 2.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

U kutiji se nalazi 150 loptica od koji je 12 s greškom. Iz kutije uzmemo nasumice 25 loptica. To znači da smo uzeli 6 puta manje kuglica:

$$150 : 25 = 6.$$

Za očekivati je da će i loptica s greškom biti 6 puta manje:

$$12 : 6 = 2.$$

Odgovor je pod B

Vježba 040

Kutija sadrži 300 loptica od kojih je 24 s greškom. Ako se uzme uzorak od 50 nasumice odabranih loptica, može se očekivati da broj loptica s greškom bude:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Rezultat: D.