Zadatak 041 (Silvija, studentica)

Netko je u banku uložio 5000 kn prije 9 godina, 6000 kn prije 5 godina i 8000 kn prije 2 godine. Koliko štediša ima danas na štednoj knjižici ako je banka obračunala 5.5% godišnjih kamata? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje 041

$C_0 = 5000,\qquad n = 9$ g, $\qquad p = 5.5$

Ponovimo!

Neka je C_0 početna vrijednost uloga, n broj ukamaćivanja, p fiksna kamatna stopa (za vrijeme ukamaćivanja) i C_n konačna vrijednost. Ako slovom r označimo dekurzivan kamatni faktor

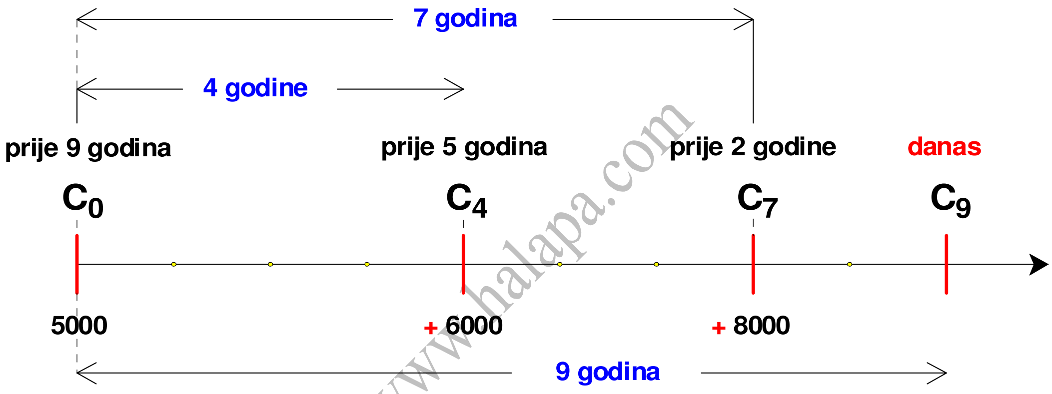
$$r = 1 + \frac{p}{100},$$

konačna vrijednost uloga je:

$$C_n = C_0 \cdot r^n.$$

Računamo dekurzivan kamatni faktor:

$$\left.\begin{array}{l} r = 1 + \dfrac{p}{100} \\ p = 5.5 \end{array}\right\} \Rightarrow r = 1 + \frac{5.5}{100} \Rightarrow r = 1 + 0.055 \Rightarrow r = 1.055.$$



Za prve 4 godine konačna vrijednost uloga iznosi:

$$C_4 = C_0 \cdot r^4 \Rightarrow C_4 = 5000 \cdot 1.055^4 \Rightarrow C_4 = 6194.12\ kn.$$

Tom iznosu pribrajamo 6000 kn koji je uložen prije 5 godina:

$$C_4' = C_4 + 6000 \Rightarrow C_4' = 6194.12\ kn + 6000\ kn \Rightarrow C_4' = 12194.12\ kn.$$

Za iduće 3 godine (ili za 7 godina od početka prvog ulaganja) konačna vrijednost uloga je:

$$C_7 = C_4' \cdot r^3 \Rightarrow C_7 = 12194.12 \cdot 1.055^3 \Rightarrow C_7 = 14318.84\ kn.$$

Tom iznosu pribrajamo 8000 kn koji je uložen prije 2 godine:

$$C_7' = C_7 + 8000 \Rightarrow C_7' = 14318.84\ kn + 8000\ kn \Rightarrow C_7' = 22318.84\ kn.$$

U zadnje 2 godine (ili za svih 9 godina od početka prvog ulaganja) konačna vrijednost uloga iznosi:

$$C_9 = C_7' \cdot r^2 \Rightarrow C_9 = 22318.84 \cdot 1.055^2 \Rightarrow C_9 = 24841.43\ kn.$$

Vježba 041

Netko je u banku uložio 6000 kn prije 9 godina, 8000 kn prije 5 godina i 10000 kn prije 2 godine. Koliko štediša ima danas na štednoj knjižici ako je banka obračunala 5.5% godišnjih kamata? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rezultat: 31 300.49 kn.

Zadatak 042 (Iva, ekonomska škola)

Dužnik je podmirio dug zajedno s jednostavnim kamatama u iznosu od 202 000.00 kn sa zakašnjenjem od dva mjeseca. Koliki je bio dug, a kolike kamate, ako je obračun kamata jednostavan uz godišnji kamatnjak 6?

Rješenje 042

C + K = 202 000.00 kn, n = 2 mj, p = 6, C = ?, K = ?

Ponovimo!

Jednostavnim kamatnim računom više 100 rješavaju se problemi u kojima je potrebito izračunati glavnicu C ili jednostavne kamate K, ako je poznata uvećana glavnica za jednostavne kamate, C + K. Formule za jednostavni kamatni račun više 100 su:

$$C:100=(C+K):(100+p\cdot n)\;\Rightarrow\;C\cdot(100+p\cdot n)=100\cdot(C+K)\;\Rightarrow\;C=\frac{100\cdot(C+K)}{100+p\cdot n},$$

$$K:(p\cdot n)=(C+K):(100+p\cdot n)\;\Rightarrow\;K\cdot(100+p\cdot n)=(C+K)\cdot(p\cdot n)\;\Rightarrow\;K=\frac{(C+K)\cdot p\cdot n}{100+p\cdot n},$$

gdje je C glavnica (kapital), K jednostavne kamate (interes), p kamatna stopa (kamatnjak), n vrijeme (u godinama).

Računamo dug C:

$$n=2\ mj=\frac{2}{12}\ g=\frac{1}{6}\ g$$

$$C=\frac{100\cdot(C+K)}{100+p\cdot n}=\frac{100\cdot 202000.00}{100+6\cdot\frac{1}{6}}=\frac{20200000.00}{100+1}=\frac{20200000.00}{101}=200000.00\ kn.$$

Do iznosa jednostavnih kamata može se doći na nekoliko načina:

1.inačica

$$K=(C+K)-C=202000.00\ kn-200000.00\ kn=2000.00\ kn.$$

2.inačica

$$K=\frac{(C+K)\cdot p\cdot n}{100+p\cdot n}=\frac{202000.00\cdot 6\cdot\frac{1}{6}}{100+6\cdot\frac{1}{6}}=\frac{202000.00\cdot 1}{100+1}=\frac{202000.00}{101}=2000.00\ kn.$$

3.inačica

Jednostavne kamate od glavnice C, uz godišnji kamatnjak p za n godina iznose:

$$K=\frac{C\cdot p\cdot n}{100}.$$

Zato je:

$$K=\frac{C\cdot p\cdot n}{100}=\frac{20000.00\cdot 6\cdot\frac{1}{6}}{100}=\frac{200000.00\cdot 1}{100}=2000.00\ kn.$$

Vježba 042

Dužnik je podmirio dug zajedno s jednostavnim kamatama u iznosu od 303 000.00 kn sa zakašnjenjem od dva mjeseca. Koliki je bio dug, a kolike kamate, ako je obračun kamata jednostavan uz godišnji kamatnjak 6?

Rezultat: C = 300 000.00 kn , K = 3 000.00 kn.

Zadatak 043 (Iva, ekonomska škola)

Dužnik je 10.1. podigao u banci nakon odbitka 12% godišnjih jednostavnih kamata iznos 42000.00 kn. Koliki iznos treba dužnik vratiti 2.9. iste godine? Obračun kamata je dekurzivan. (Izračunajte primjenom francuske metode.)

Rješenje 043

Ponovimo!

Jednostavnim kamatnim računom niže 100 rješavaju se problemi u kojima je potrebito izračunati glavnicu C ili jednostavne kamate K, ako je poznata umanjena glavnica za jednostavne kamate, C – K. Formule za jednostavni kamatni račun niže 100 su:

$$C:100=(C-K):(100-p\cdot n)\ \Rightarrow\ C\cdot(100-p\cdot n)=100\cdot(C-K)\ \Rightarrow\ C=\frac{100\cdot(C-K)}{100-p\cdot n},$$

$$K:(p\cdot n)=(C-K):(100-p\cdot n)\ \Rightarrow\ K\cdot(100-p\cdot n)=(C-K)\cdot(p\cdot n)\ \Rightarrow\ K=\frac{(C-K)\cdot p\cdot n}{100-p\cdot n},$$

gdje je C glavnica (kapital), K jednostavne kamate (interes), p kamatna stopa (kamatnjak), n vrijeme (u godinama).

Za izračunavanje jednostavnih kamata za dane koriste se tri metode:

- francuska metoda – godina ima 360 dana, dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru
- njemačka metoda – godina ima 360 dana, svaki mjesec 30 dana
- engleska metoda – godina ima 365 dana (prestupna 366), dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru.

Kod sve tri metode prvi dan se ne uzima dok se posljednji uzima u obračunu broja dana.

Računamo dug C:

C – K = 42000.00 kn, p = 12, d = (10.1. – 2.9.) = 235 dana (francuski način), C = ?

Mjesec	Siječanj	Veljača	Ožujak	Travanj	Svibanj	Lipanj	Srpanj	Kolovoz	Rujan	Broj dana
Metoda francuska	21	28	31	30	31	30	31	31	2	235

$$n=235\ dana=\frac{235}{360}\ g=\frac{47}{72}\ g$$

$$C=\frac{100\cdot(C-K)}{100-p\cdot n}=\frac{100\cdot 42000.00}{100-12\cdot\frac{47}{72}}=\frac{4200000.00}{100-\frac{47}{6}}=\frac{4200000.00}{\frac{600-47}{6}}=\frac{6\cdot 4200000.00}{553}=45569.62\ kn.$$

Vježba 043

Dužnik je 10.1. podigao u banci nakon odbitka 12% godišnjih jednostavnih kamata iznos 84000.00 kn. Koliki iznos treba dužnik vratiti 2.9. iste godine? Obračun kamata je dekurzivan. (Izračunajte primjenom francuske metode.)

Rezultat: 91139.24 kn.

Zadatak 044 (Iva, ekonomska škola)

Dužnik je 10.1. podigao u banci nakon odbitka 12% godišnjih jednostavnih kamata iznos 42000.00 kn. Koliki iznos treba dužnik vratiti 2.9. iste godine? Obračun kamata je dekurzivan. (Izračunajte primjenom njemačke metode.)

Rješenje 044

Ponovimo!

Jednostavnim kamatnim računom niže 100 rješavaju se problemi u kojima je potrebito izračunati glavnicu C ili jednostavne kamate K, ako je poznata umanjena glavnica za jednostavne kamate, C – K. Formule za jednostavni kamatni račun niže 100 su:

$$C:100=(C-K):(100-p\cdot n)\ \Rightarrow\ C\cdot(100-p\cdot n)=100\cdot(C-K)\ \Rightarrow\ C=\frac{100\cdot(C-K)}{100-p\cdot n},$$

$$K:(p\cdot n)=(C-K):(100-p\cdot n)\ \Rightarrow\ K\cdot(100-p\cdot n)=(C-K)\cdot(p\cdot n)\ \Rightarrow\ K=\frac{(C-K)\cdot p\cdot n}{100-p\cdot n},$$

gdje je C glavnica (kapital), K jednostavne kamate (interes), p kamatna stopa (kamatnjak), n vrijeme (u godinama).
Za izračunavanje jednostavnih kamata za dane koriste se tri metode:

- francuska metoda – godina ima 360 dana, dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru
- njemačka metoda – godina ima 360 dana, svaki mjesec 30 dana
- engleska metoda – godina ima 365 dana (prestupna 366), dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru.

Kod sve tri metode prvi dan se ne uzima dok se posljednji uzima u obračunu broja dana.

Računamo dug C:

C – K = 42000.00 kn, p = 12, d = (10.1. – 2.9.) = 232 dana (njemački način), C = ?

Mjesec	Siječanj	Veljača	Ožujak	Travanj	Svibanj	Lipanj	Srpanj	Kolovoz	Rujan	Broj dana
Metoda njemačka	20	30	30	30	30	30	30	30	2	232

$$n = 232\ dana = \frac{232}{360}\ g = \frac{29}{45}\ g$$

$$C = \frac{100 \cdot (C-K)}{100 - p \cdot n} = \frac{100 \cdot 42000.00}{100 - 12 \cdot \frac{29}{45}} = \frac{4\,200\,000.00}{100 - 4 \cdot \frac{29}{15}} = \frac{4\,200\,000.00}{100 - \frac{116}{15}} = \frac{4\,200\,000.00}{\frac{1500-116}{15}} =$$

$$= \frac{15 \cdot 4\,200\,000.00}{1384} = 45\,520.23\ kn.$$

Vježba 044

Dužnik je 10.1. podigao u banci nakon odbitka 12% godišnjih jednostavnih kamata iznos 84000.00 kn. Koliki iznos treba dužnik vratiti 2.9. iste godine? Obračun kamata je dekurzivan. (Izračunajte primjenom njemačke metode.)

Rezultat: 91040.46 kn.

Zadatak 045 (Iva, ekonomska škola)

Dužnik je 10.1. podigao u banci nakon odbitka 12% godišnjih jednostavnih kamata iznos 42000.00 kn. Koliki iznos treba dužnik vratiti 2.9. iste godine? Godina nije prestupna. Obračun kamata je dekurzivan. (Izračunajte primjenom engleske metode.)

Rješenje 045

Ponovimo!

Jednostavnim kamatnim računom niže 100 rješavaju se problemi u kojima je potrebito izračunati glavnicu C ili jednostavne kamate K, ako je poznata umanjena glavnica za jednostavne kamate, C – K. Formule za jednostavni kamatni račun niže 100 su:

$$C : 100 = (C-K) : (100 - p \cdot n) \Rightarrow C \cdot (100 - p \cdot n) = 100 \cdot (C-K) \Rightarrow C = \frac{100 \cdot (C-K)}{100 - p \cdot n},$$

$$K : (p \cdot n) = (C-K) : (100 - p \cdot n) \Rightarrow K \cdot (100 - p \cdot n) = (C-K) \cdot (p \cdot n) \Rightarrow K = \frac{(C-K) \cdot p \cdot n}{100 - p \cdot n},$$

gdje je C glavnica (kapital), K jednostavne kamate (interes), p kamatna stopa (kamatnjak), n vrijeme (u godinama).
Za izračunavanje jednostavnih kamata za dane koriste se tri metode:

- francuska metoda – godina ima 360 dana, dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru
- njemačka metoda – godina ima 360 dana, svaki mjesec 30 dana
- engleska metoda – godina ima 365 dana (prestupna 366), dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru.

Kod sve tri metode prvi dan se ne uzima dok se posljednji uzima u obračunu broja dana.

Računamo dug C:

C – K = 42000.00 kn, p = 12, d = (10.1. – 2.9.) = 235 dana (engleski način), C = ?

Mjesec	Siječanj	Veljača	Ožujak	Travanj	Svibanj	Lipanj	Srpanj	Kolovoz	Rujan	Broj dana
Metoda engleska	21	28	31	30	31	30	31	31	2	235

$$n = 235 \ dana = \frac{235}{365} \ g = \frac{47}{73} \ g$$

$$C = \frac{100 \cdot (C - K)}{100 - p \cdot n} = \frac{100 \cdot 42000.00}{100 - 12 \cdot \frac{47}{73}} = \frac{4200000.00}{100 - \frac{564}{73}} = \frac{4200000.00}{\frac{7300 - 564}{73}} = \frac{73 \cdot 4200000.00}{6736} = 45516.63 \ kn.$$

Vježba 045

Dužnik je 10.1. podigao u banci nakon odbitka 12% godišnjih jednostavnih kamata iznos 84000.00 kn. Koliki iznos treba dužnik vratiti 2.9. iste godine? Godina nije prestupna. Obračun kamata je dekurzivan. (Izračunajte primjenom engleske metode.)

Rezultat: 91033.25 kn.

Zadatak 046 (Vedran, maturant gimnazije)

Cijena iznajmljivanja bicikla je najprije povećana za 25%, pa snižena za 22%. Što treba učiniti s cijenom da postane jednaka početnoj?

A) Povećati je za 3%. B) Sniziti je za 2.56%. C) Sniziti je za 1%. D) Povećati je za 2.56%.
E) Sniziti je za 3%.

Rješenje 046

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $3\% = \frac{3}{100}$, $29\% = \frac{29}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa p% od a? Odgovor je: $\frac{p}{100} \cdot a$.

Neka je a početna cijena. Ako se poveća p%, konačna cijena je:

$$a + \frac{p}{100} \cdot a = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot a.$$

Neka je a početna cijena. Ako se smanji p%, konačna cijena je:

$$a - \frac{p}{100} \cdot a = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot a.$$

Označimo sa x cijenu iznajmljivanja bicikla. Budući da je ona najprije povećana za 25%, pa snižena 22%, konačna cijena iznosit će:

$$\left(1 + \frac{25}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{22}{100}\right) \cdot x = (1 + 0.25) \cdot (1 - 0.22) \cdot x = 1.25 \cdot 0.78 \cdot x = 0.975 \cdot x$$

Da bi se dobila početna cijena x, treba konačnu cijenu povećati za:

$$x - 0.975 \cdot x = 0.025 \cdot x.$$

U postotku to iznosi:

$$\frac{0.025 \cdot x}{0.975 \cdot x} \cdot 100\% = 2.56\%.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 046

Cijena iznajmljivanja bicikla je najprije snižena za 22%, pa povećana za 25%. Što treba učiniti s cijenom da postane jednaka početnoj?

A) Povećati je za 3%. B) Sniziti je za 2.56%. C) Sniziti je za 1%. D) Povećati je za 2.56%.
E) Sniziti je za 3%.

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 047 (Iva, Tena, ekonomska škola)

Četvrtina glavnice uložena je uz 16% na 2 godine, trećina glavnice uz 10% na 6 mjeseci, a ostatak na 8 mjeseci uz 12%. Kolika je glavnica ako su ukupne jednostavne kamate iznosile 3900 kn?

Rješenje 047

Ponovimo!

Jednostavne kamate od glavnice C, uz godišnji kamatnjak p za n godina su

$$K = \frac{C \cdot p \cdot n}{100}.$$

Najprije odredimo ostatak glavnice C_3:

$$\left.\begin{array}{l} C_1 = \frac{1}{4} \cdot C \ , \ C_2 = \frac{1}{3} \cdot C \\ C_3 = C - \left(C_1 + C_2\right) \end{array}\right\} \Rightarrow C_3 = C - \left(\frac{1}{4} \cdot C + \frac{1}{3} \cdot C\right) \Rightarrow C_3 = C - \frac{3+4}{12} \cdot C \Rightarrow C_3 = C - \frac{7}{12} \cdot C \Rightarrow C_3 = \frac{5}{12} \cdot C.$$

Sada računamo jednostavne kamate za svaku glavnicu:

- $$\left.\begin{array}{l} C_1 = \frac{1}{4} \cdot C \ , \ p_1 = 16 \\ n_1 = 2 \ g \end{array}\right\} \Rightarrow K_1 = \frac{C_1 \cdot p_1 \cdot n_1}{100} \Rightarrow K_1 = \frac{\frac{1}{4} \cdot C \cdot 16 \cdot 2}{100} \Rightarrow K_1 = \frac{2}{25} \cdot C.$$
- $$\left.\begin{array}{l} C_2 = \frac{1}{3} \cdot C \ , \ p_2 = 10 \\ n_2 = 6 \ mj = \frac{6}{12} \ g = \frac{1}{2} \ g \end{array}\right\} \Rightarrow K_2 = \frac{C_2 \cdot p_2 \cdot n_2}{100} \Rightarrow K_2 = \frac{\frac{1}{3} \cdot C \cdot 19 \cdot \frac{1}{2}}{100} \Rightarrow K_2 = \frac{1}{60} \cdot C.$$
- $$\left.\begin{array}{l} C_3 = \frac{5}{12} \cdot C \ , \ p_3 = 12 \\ n_3 = 8 \ mj = \frac{8}{12} \ g = \frac{2}{3} \ g \end{array}\right\} \Rightarrow K_3 = \frac{C_3 \cdot p_3 \cdot n_3}{100} \Rightarrow K_3 = \frac{\frac{5}{12} \cdot C \cdot 12 \cdot \frac{2}{3}}{100} \Rightarrow K_3 = \frac{1}{30} \cdot C.$$

Budući da su zadane ukupne jednostavne kamate K, glavnica C iznosi:

$$K_1 + K_2 + K_3 = K \Rightarrow \frac{2}{25} \cdot C + \frac{1}{60} \cdot C + \frac{1}{30} \cdot C = 3900 \ / \cdot 300 \Rightarrow 24 \cdot C + 5 \cdot C + 10 \cdot C = 3900 \cdot 300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 39 \cdot C = 3900 \cdot 300 \ / :39 \Rightarrow C = \frac{3900 \cdot 300}{39} \Rightarrow C = 100 \cdot 300 \Rightarrow C = 30000.$$

Glavnica iznosi 30 000 kn.

Vježba 047

Četvrtina glavnice uložena je uz 16% na 2 godine, trećina glavnice uz 10% na 6 mjeseci, a ostatak na 8 mjeseci uz 12%. Kolika je glavnica ako su ukupne jednostavne kamate iznosile 7800 kn?

Rezultat: Glavnica iznosi 60 000 kn.

Zadatak 048 (Zoki, maturant)

Otopina soli A miješa se sa 16% otopinom soli B u omjeru 3 : 4 i dobije se 22% otopina. Koliki je postotak soli u otopini A?

Rješenje 048

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $7\% = \frac{7}{100}$, $53\% = \frac{53}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa p% od x? Odgovor je: $\frac{p}{100} \cdot x$.

Budući da se otopina soli A miješa sa otopinom soli B u omjeru 3 : 4, znači da na otopinu soli A otpadaju $\frac{3}{7}$ ukupne količine otopine, a na otopinu soli B otpadaju $\frac{4}{7}$ ukupne količine otopine.

Ako slovom p označimo postotak otopine soli A, tada vrijedi:

$$\frac{3}{7} \cdot p + \frac{4}{7} \cdot \frac{16}{100} = 1 \cdot \frac{22}{100} \Rightarrow \frac{3}{7} \cdot p + \frac{64}{700} = \frac{22}{100} \Rightarrow \frac{3}{7} \cdot p = \frac{22}{100} - \frac{64}{700} \Rightarrow \frac{3}{7} \cdot p = \frac{154-64}{700} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{7} \cdot p = \frac{90}{700} \, / \cdot \frac{7}{3} \Rightarrow p = \frac{90}{700} \cdot \frac{7}{3} \Rightarrow p = \frac{30}{100} \Rightarrow p = 30\%.$$

Vježba 048

Otopina soli A miješa se sa 16% otopinom soli B u omjeru 6 : 8 i dobije se 22% otopina. Koliki je postotak soli u otopini A?

Rezultat: 30%.

Zadatak 049 (Zoki, maturant)

Cijena iznajmljivanja bicikla najprije je povećana 25%, a zatim snižena 22%. Što treba napraviti s trenutnom cijenom da opet bude jednaka početnoj?

Rješenje 049

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $72\% = \frac{72}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa p% od x? Odgovor je: $\frac{p}{100} \cdot x$.

Ako se cijena x poveća p%, pišemo:

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Ako se cijena x snizi p%, pišemo:

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right).$$

Ako se cijena x poveća p%, a zatim još poveća q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{q}{100}\right).$$

Ako se cijena x poveća p%, a zatim snizi q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right).$$

Ako se cijena x snizi p%, a zatim poveća q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{q}{100}\right).$$

Ako se cijena x snizi p%, a zatim još snizi q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right).$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$x \cdot \left(1+\frac{25}{100}\right) \cdot \left(1-\frac{22}{100}\right) = x \cdot (1+0.25) \cdot (1-0.22) = x \cdot 1.25 \cdot 0.78 = 0.975 \cdot x.$$

Vidimo da trenutnu cijenu 0.975 · x treba povećati p% da opet bude jednaka početnoj cijeni x:

$$0.975 \cdot x + 0.975 \cdot x \cdot \frac{p}{100} = x \Rightarrow 0.975 \cdot x \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right) = x \; / \cdot \frac{1}{0.975 \cdot x} \Rightarrow 1+\frac{p}{100} = \frac{1}{0.975} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p}{100} = \frac{1}{0.975} - 1 \Rightarrow \frac{p}{100} = \frac{1-0.975}{0.975} \Rightarrow \frac{p}{100} = \frac{0.025}{0.975} \; / \cdot 100 \Rightarrow p = \frac{2.5}{0.975} \Rightarrow p = 2.564\%.$$

Vježba 049

Cijena iznajmljivanja bicikla najprije je snižena 22%, a zatim povećana 25%. Što treba napraviti s trenutnom cijenom da opet bude jednaka početnoj?

Rezultat: Povećati 2.564%.

Zadatak 050 (Marko, maturant)

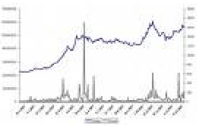
Ako se cijena svih roba istodobno poveća za 50%, za koliko se % smanji kupovna moć stanovništva?

Rješenje 050

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $4\% = \frac{4}{100}$, $83\% = \frac{83}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa p% od x? Odgovor je: $\frac{p}{100} \cdot x$.



Ako se cijena x poveća p%, pišemo:

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right).$$

Označimo slovom C cijenu robe. Nakon povećanja za 50% cijena je

$$C + \frac{50}{100} \cdot C = C + 0.50 \cdot C = 1.50 \cdot C.$$

Postotak stare cijene C u odnosu na novu cijenu 1.50 · C iznosi:

$$\frac{C}{1.50 \cdot C} \cdot 100\% = \frac{C}{1.50 \cdot C} \cdot 100\% = \frac{1}{1.50} \cdot 100\% = 66.67\%,$$

Kupovna moć stanovništva pala je za

$$100\% - 66.67\% = 33.33\%.$$

Vježba 050

Ako se cijena svih roba istodobno poveća za 25%, za koliko se % smanji kupovna moć stanovništva?

Rezultat: 20%.

Zadatak 051 (Valentina, maturantica)

Broj slušatelja jedne radio postaje u prvom satu emitiranja smanjio se za k %, a u drugom satu emitiranja povećao se za m %. Kolika je ukupna promjena broja slušatelja izražena u postotku?

Rješenje 051

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $9\ \% = \frac{9}{100}$, $72\ \% = \frac{72}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa p % od x? Odgovor je: $\frac{p}{100} \cdot x$.

Ako se broj x poveća p %, pišemo:

$$x+\frac{p}{100}\cdot x=x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right).$$

Ako se broj x snizi p %, pišemo:

$$x-\frac{p}{100}\cdot x=x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right).$$

Ako se broj x poveća p %, a zatim još poveća q %, pišemo:

$$x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{q}{100}\right).$$

Ako se broj x poveća p %, a zatim snizi q %, pišemo:

$$x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{q}{100}\right).$$

Ako se broj x snizi p %, a zatim poveća q %, pišemo:

$$x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{q}{100}\right).$$

Ako se broj x snizi p %, a zatim još snizi q %, pišemo:

$$x\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{q}{100}\right).$$

Iz uvjeta zadatka slijedi (broj slušatelja najprije se smanjio za k %, a onda povećao za m %):

$$x\cdot\left(1-\frac{k}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{m}{100}\right)=x\cdot\left(1+\frac{m}{100}-\frac{k}{100}-\frac{k\cdot m}{10000}\right)=x\cdot\left(1+\left(\frac{m}{100}-\frac{k}{100}-\frac{k\cdot m}{10000}\right)\right)=$$

$$=x\cdot\left(1+\left(m-k-\frac{k\cdot m}{100}\right)\cdot\frac{1}{100}\right)=x\cdot\left(1+\frac{m-k-\frac{k\cdot m}{100}}{100}\right).$$

Promjena broja slušatelja u postotku iznosi:

$$\left(m-k-\frac{k\cdot m}{100}\right)\%.$$

Vježba 051

Broj slušatelja jedne radio postaje u prvom satu emitiranja povećao se za m %, a u drugom satu emitiranja smanjio se za k %. Kolika je ukupna promjena broja slušatelja izražena u postotku?

Rezultat: $\left(m-k-\frac{k\cdot m}{100}\right)\%.$

Zadatak 052 (Ljiljana, maturantica gimnazije)

Koliko kilograma vode treba ispariti iz pola tone celulozne mase koja sadrži 90% vode, da se dobije masa s 80% vode?

Rješenje 052

m = 0.5 t = 500 kg, x = ?

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $7\ \%=\frac{7}{100}$, $65\ \%=\frac{65}{100}$, $p\ \%=\frac{p}{100}.$

Kako se računa p % od x? Odgovor je: $\frac{p}{100}\cdot x.$

Uočimo da je masa čiste celuloze ostala nepromijenjena prije i poslije isparavanja vode. To je ideja za rješavanje zadatka.

Označimo slovom x broj kilograma vode koja treba ispariti iz celulozne mase m. Budući da celulozna masa m sadrži 90 % vode, masa same (čiste) celuloze iznosi

$$10\,\% \cdot m = \frac{10}{100} \cdot m.$$

Nakon isparavanja x kilograma vode, dobije se celulozna masa s 80 % vode pa je masa čiste celuloze

$$20\,\% \cdot (m - x) = \frac{20}{100} \cdot (m - x).$$

Budući da je masa čiste celuloze prije i poslije isparavanja vode ostala ista, nepromijenjena, slijedi

$$\frac{10}{100} \cdot m = \frac{20}{100} \cdot (m - x) \Rightarrow \frac{10}{100} \cdot m = \frac{20}{100} \cdot (m - x) \;/ \cdot 10 \Rightarrow m = 2 \cdot (m - x) \Rightarrow m = 2 \cdot m - 2 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x = 2 \cdot m - m \Rightarrow 2 \cdot x = m \;/ : 2 \Rightarrow x = \frac{m}{2} \Rightarrow x = \frac{500\ kg}{2} \Rightarrow x = 250\ kg.$$

Vježba 052

Koliko kilograma vode treba ispariti iz jedne tone celulozne mase koja sadrži 90 % vode, da se dobije masa s 80 % vode?

Rezultat: 500 kg.

Zadatak 053 (1B, TUPŠ)

U vlaku se nalazi 1200 putnika. Na prvoj postaji iz vlaka izađe 12.5% putnika, te uđe novih 150. Koliko je putnika ostalo u vlaku nakon druge postaje, ako je iz vlaka tada izišlo još 35% preostalih putnika?

Rješenje 053

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $3\ \% = \frac{3}{100}$, $57\ \% = \frac{57}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa p % od x? Odgovor je: $\frac{p}{100} \cdot x$.

U vlaku se nalazi 1200 putnika. Na prvoj postaji iz njega izađe 12.5% putnika što iznosi

$$12.5\% \cdot 1200 = \frac{12.5}{100} \cdot 1200 = 150.$$

Budući da je 150 putnika izašlo iz vlaka, a istodobno toliko ih je i ušlo, u vlaku je i dalje 1200 putnika. Na drugoj postaji iz vlaka je izašlo 35% putnika što iznosi

$$35\% \cdot 1200 = \frac{35}{100} \cdot 1200 = 420.$$

U vlaku je nakon druge postaje ostalo 780 putnika:

$$1200 - 420 = 780.$$

Vježba 053

U vlaku se nalazi 1200 putnika. Na prvoj postaji iz vlaka izađe 14.5% putnika, te uđe novih 174. Koliko je putnika ostalo u vlaku nakon druge postaje ako je iz vlaka tada izišlo još 35% preostalih putnika?

Rezultat: 780.

Zadatak 054 (1B, TUPŠ)

Razrednica je pozvala učenika na razgovor. Razgovarala je s njim $\frac{2}{5}$ školskog sata. Koliko je minuta razgovor trajao? Izračunajte duljinu razgovora u postotku u odnosu na školski sat.

Rješenje 054

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $9\ \% = \frac{9}{100}$, $81\ \% = \frac{81}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}.$

Koliko postotaka iznosi a od b? Odgovor je: $\frac{a}{b} \cdot 100\%.$

Primjer

Koliko postotaka iznosi 5 od 25?

$$\frac{5}{25} \cdot 100\% = \frac{5}{25} \cdot \frac{100\%}{1} = 20\% \quad \text{ili} \quad \frac{5}{25} = \left[5:25 \right] = 0.20 = \frac{20}{100} = \frac{20}{100} = 20\%.$$

Budući da školski sat traje 45 minuta, razgovor je trajao 18 minuta:

$$\frac{2}{5} \cdot 45 = \frac{2}{5} \cdot \frac{45}{1} = \frac{2}{5} \cdot \frac{45}{1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{9}{1} = \frac{18}{1} = 18.$$

Računamo duljinu razgovora u postotku u odnosu na školski sat:

$$\frac{18}{45} \cdot 100\% = \frac{18}{45} \cdot \frac{100\%}{1} = 40\% \quad \text{ili} \quad \frac{18}{45} = \left[18:45 \right] = 0.40 = \frac{40}{100} = \frac{40}{100} = 40\%.$$

To je 40% školskog sata.

Vježba 054

Razrednica je pozvala učenika na razgovor. Razgovarala je s njim $\frac{1}{3}$ školskog sata. Koliko je minuta razgovor trajao? Izračunajte duljinu razgovora u postotku u odnosu na školski sat.

Rezultat: 15 min, 33.33%.

Zadatak 055 (Iva, gimnazija)

Jedna vrsta dušične kiseline koncentracije je 30%, a druga 55%. Koliko koje vrste treba pomiješati kako bi se dobilo 100 litara kiseline koncentracije 50%?

Rješenje 055

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\ \% = \frac{9}{100}$, $81\ \% = \frac{81}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}.$

1.inačica

Neka je x broj litara prve dušične kiseline. Budući da je ukupna količina kiseline 100 litara, slijedi da druge dušične kiseline ima

$$100 - x$$

litara.

Prva dušična kiselina ima koncentraciju 30% pa to iznosi

$$\frac{30}{100} \cdot x.$$

Druga dušična kiselina ima koncentraciju 55% pa to iznosi

$$\frac{55}{100} \cdot (100 - x).$$

Dobivena smjesa kiselina od 100 litara ima koncentraciju 50% pa to iznosi

$$\frac{50}{100} \cdot 100.$$

Budući da se miješanjem dviju kiselina dobilo 100 litara kiseline koncentracije 50%, možemo napisati jednadžbu

$$\frac{30}{100}\cdot x+\frac{55}{100}\cdot(100-x)=\frac{50}{100}\cdot 100 \Rightarrow \frac{30}{100}\cdot x+\frac{55}{100}\cdot(100-x)=\frac{50}{100}\cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{30}{100}\cdot x+\frac{55}{100}\cdot(100-x)=50 \;/\cdot 100 \Rightarrow 30\cdot x+55\cdot(100-x)=5000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30\cdot x+5500-55\cdot x=5000 \Rightarrow 30\cdot x-55\cdot x=5000-5500 \Rightarrow -25\cdot x=-500 \;/:(-25) \Rightarrow x=20.$$

Prve dušične kiseline treba uzeti 20 litara, a druge

$$100-x=100-20=80$$

litara.

2.inačica

Neka je x broj litara prve dušične kiseline, a y broj litara druge dušične kiseline. Budući da njihova smjesa ima 100 litara, možemo zapisati jednadžbu

$$x + y = 100.$$

Prva dušična kiselina ima koncentraciju 30% pa to iznosi

$$\frac{30}{100}\cdot x.$$

Druga dušična kiselina ima koncentraciju 55% pa to iznosi

$$\frac{55}{100}\cdot y.$$

Dobivena smjesa kiselina od 100 litara ima koncentraciju 50% pa to iznosi

$$\frac{50}{100}\cdot 100.$$

Budući da se miješanjem dviju kiselina dobilo 100 litara kiseline koncentracije 50%, možemo napisati jednadžbu

$$\frac{30}{100}\cdot x+\frac{55}{100}\cdot y=\frac{50}{100}\cdot 100 \Rightarrow \frac{30}{100}\cdot x+\frac{55}{100}\cdot y=\frac{50}{100}\cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{30}{100}\cdot x+\frac{55}{100}\cdot y=50 \;/\cdot 20 \Rightarrow 6\cdot x+11\cdot y=1000.$$

Iz sustava dviju jednadžbi sa dvije nepoznanice dobije se x i y, tj. koliko treba pomiješati koje vrste dušičnih kiselina.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=100 \\ 6\cdot x+11\cdot y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=100 \;/\cdot(-6) \\ 6\cdot x+11\cdot y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -6\cdot x-6\cdot y=-600 \\ 6\cdot x+11\cdot y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\cdot y=400 \;/:5 \Rightarrow y=80 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=80 \\ x+y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow x+80=100 \Rightarrow x=100-80 \Rightarrow x=20.$$

Prve dušične kiseline treba uzeti 20 litara, a druge 80 litara.

Vježba 055

Jedna vrsta dušične kiseline koncentracije je 30%, a druga 55%. Koliko koje vrste treba pomiješati kako bi se dobio 1 hl kiseline koncentracije 50%?

Rezultat: 20 litara, 80 litara.

Zadatak 056 (Maturanti, TUPŠ)

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Ako odlijemo 2 dl soka, koji će postotak vode ostati u boci?

Rješenje 056

Ako se iz boce odlije neka količina soka omjer vode i voćnog sirupa ne mijenja se. U soku je uvijek isti omjer vode i voćnog sirupa. Prema tome, ako iz boce odlijemo 2 dl soka, u boci će ostati 80% vode.

Vježba 056

Jedna litra soka sadrži 85% vode i 15% voćnog sirupa. Ako odlijemo 2 dl soka, koji će postotak vode ostati u boci?

Rezultat: 85%.

Zadatak 057 (Maturanti, TUPŠ)

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Ako odlijemo 3 dl soka, koji će postotak voćnog sirupa ostati u boci?

Rješenje 057

Ako se iz boce odlije neka količina soka omjer vode i voćnog sirupa ne mijenja se. U soku je uvijek isti omjer vode i voćnog sirupa. Prema tome, ako iz boce odlijemo 3 dl soka, u boci će ostati 20% voćnog sirupa.

Vježba 057

Jedna litra soka sadrži 85% vode i 15% voćnog sirupa. Ako odlijemo 3 dl soka, koji će postotak voćnog sirupa ostati u boci?

Rezultat: 15%.

Zadatak 058 (Maturanti, TUPŠ)

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Koji će biti omjer vode i voćnog sirupa ako prvo odlijemo 2 dl soka, a zatim dolijemo 2 dl vode?

Rješenje 058

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\ \% = \frac{9}{100}$, $81\ \% = \frac{81}{100}$, $3.7\ \% = \frac{3.7}{100}$, $0.1\ \% = \frac{0.1}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je

a – prvi član omjera , b – drugi član omjera , k – vrijednost (količnik) omjera.

Svojstva omjera

Vrijednost omjera se ne mijenja ako se članovi omjera pomnože (proširenje omjera) ili podijele (skraćivanje omjera) s nekim realnim brojem različitim od nule.

$$a : b = k \ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (a \cdot c) : (b \cdot c) = k \ , \ c \neq 0 \\ (a : c) : (b : c) = k \ , \ c \neq 0 \end{array} \right\}.$$

Nakon odlijevanja 2 dl soka u boci je ostalo

$$1\ l - 2\ dl = 10\ dl - 2\ dl = 8\ dl$$

soka.

Sada je u boci:

- vode $\frac{80}{100}\cdot 8\ dl = 6.4\ dl$
- voćnog sirupa $\frac{20}{100}\cdot 8\ dl = 1.6\ dl.$

Nakon dolijevanja 2 dl vode u boci bit će:

- vode $6.4\ dl + 2\ dl = 8.4\ dl$
- voćnog sirupa $1.6\ dl.$

Slijedi da omjer vode i voćnog sirupa iznosi:

$$8.4 : 1.6 = [\text{proširenje omjera sa } 10] = (8.4\cdot 10) : (1.6\cdot 10) = 84 : 16 = [\text{skraćivanje omjera sa } 4] =$$
$$= (84 : 4) : (16 : 4) = 21 : 4.$$

Vježba 058

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Koji će biti omjer vode i voćnog sirupa ako prvo odlijemo 20 cl soka, a zatim dolijemo 20 cl vode?

Rezultat: 21 : 4.

Zadatak 059 (Maturanti, TUPŠ)

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Koji će biti omjer vode i voćnog sirupa ako prvo dolijemo 2 dl soka, a zatim dolijemo 2 dl vode?

Rješenje 059

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $7\ \% = \frac{7}{100}$, $73\ \% = \frac{73}{100}$, $6.9\ \% = \frac{6.9}{100}$, $0.3\ \% = \frac{0.3}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}.$

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100}\cdot x.$$

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je

a – prvi član omjera , b – drugi član omjera , k – vrijednost (količnik) omjera.

Svojstva omjera

Vrijednost omjera se ne mijenja ako se članovi omjera pomnože (proširenje omjera) ili podijele (skraćivanje omjera) s nekim realnim brojem različitim od nule.

$$a : b = k \ \Rightarrow \left.\begin{array}{l}(a\cdot c) : (b\cdot c) = k \ ,\ c \neq 0 \\ (a : c) : (b : c) = k \ ,\ c \neq 0\end{array}\right\}.$$

Nakon dolijevanja 2 dl soka u boci će biti

$$1\ l + 2\ dl = 10\ dl + 2\ dl = 12\ dl$$

soka.

Sada je u boci:

- vode $\frac{80}{100}\cdot 12\ dl = 9.6\ dl$
- voćnog sirupa $\frac{20}{100}\cdot 12\ dl = 2.4\ dl.$

Nakon dolijevanja 2 dl vode u boci bit će:

- vode $9.6\ dl + 2\ dl = 11.6\ dl$
- voćnog sirupa $2.4\ dl$.

Slijedi da omjer vode i voćnog sirupa iznosi:

$$11.6 : 2.4 = \left[\text{proširenje omjera sa } 10\right] = (11.6 \cdot 10) : (2.4 \cdot 10) = 116 : 24 = \left[\text{skraćivanje omjera sa } 4\right] =$$

$$= (116 : 4) : (24 : 4) = 29 : 6.$$

Vježba 059

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Koji će biti omjer vode i voćnog sirupa ako prvo dolijemo 20 cl soka, a zatim dolijemo 20 cl vode?

Rezultat: 29 : 6.

Zadatak 060 (Maturanti, TUPŠ)

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Koji će biti omjer vode i voćnog sirupa ako prvo odlijemo 2 dl soka, a zatim dolijemo 2 dl voćnog sirupa?

Rješenje 060

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $2\ \% = \frac{2}{100}$, $97\ \% = \frac{97}{100}$, $2.7\ \% = \frac{2.7}{100}$, $0.7\ \% = \frac{0.7}{100}$, $p\ \% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je

a – prvi član omjera , b – drugi član omjera , k – vrijednost (količnik) omjera.

Svojstva omjera

Vrijednost omjera se ne mijenja ako se članovi omjera pomnože (proširenje omjera) ili podijele (skraćivanje omjera) s nekim realnim brojem različitim od nule.

$$a : b = k \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} (a \cdot c) : (b \cdot c) = k \;,\; c \neq 0 \\ (a : c) : (b : c) = k \;,\; c \neq 0 \end{array}\right\}.$$

Nakon odlijevanja 2 dl soka u boci je ostalo

$$1\ l - 2\ dl = 10\ dl - 2\ dl = 8\ dl$$

soka.

Sada je u boci:

- vode $\frac{80}{100} \cdot 8\ dl = 6.4\ dl$
- voćnog sirupa $\frac{20}{100} \cdot 8\ dl = 1.6\ dl$.

Nakon dolijevanja 2 dl voćnog sirupa u boci bit će:

- vode $6.4\ dl$
- voćnog sirupa $1.6\ dl + 2\ dl = 3.6\ dl.$

Slijedi da omjer vode i voćnog sirupa iznosi:

$$6.4 : 3.6 = \left[\text{proširenje omjera sa } 10 \right] = (6.4 \cdot 10) : (3.6 \cdot 10) = 64 : 36 = \left[\text{skraćivanje omjera sa } 4 \right] =$$

$$= (64 : 4) : (36 : 4) = 16 : 9.$$

Vježba 060

Jedna litra soka sadrži 80% vode i 20% voćnog sirupa. Koji će biti omjer vode i voćnog sirupa ako prvo odlijemo 20 cl soka, a zatim dolijemo 20 cl voćnog sirupa?

Rezultat: $16 : 9.$