Zadatak 041 (Vedran, srednja škola)

Ako je $(x + 1)^3 - x^3 = 3 \cdot x^2 + 10$, tada je $(x + 1)^4 - x^4$ jednako:

$$A.\ 175 \qquad B.\ 1000 \qquad C.\ 9000 \qquad D.\ 216$$

Rješenje 041

Ponovimo!

$$(a+b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3.$$

Računamo nepoznanicu x:

$$(x+1)^3 - x^3 = 3 \cdot x^2 + 10 \Rightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3 - x^3 = 3 \cdot x^2 + 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1 - x^3 = 3 \cdot x^2 + 10 \Rightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1 - x^3 = 3 \cdot x^2 + 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1 = 3 \cdot x^2 + 10 \Rightarrow 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1 = 3 \cdot x^2 + 10 \Rightarrow 3 \cdot x + 1 = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x = 10 - 1 \Rightarrow 3 \cdot x = 9 \ /:3 \Rightarrow x = 3.$$

Tada je:

$$\left.\begin{array}{l} (x+1)^4 - x^4 \\ x = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow (3+1)^4 - 3^4 = 4^4 - 3^4 = 256 - 81 = 175.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 041

Ako je $(x + 1)^3 - x^3 = 3 \cdot x^2 + 7$, tada je $(x + 1)^4 - x^4$ jednako:

$$A.\ 65 \qquad B.\ 100 \qquad C.\ 80 \qquad D.\ 32$$

Rezultat: A.

Zadatak 042 (Petar, strojarska škola)

Riješi jednadžbu $m^2 + 1 = m \cdot (x+1)$ gdje je m parametar.

Rješenje 042

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1.inačica

$$m^2 + 1 = m \cdot (x+1) \Rightarrow m^2 + 1 = m \cdot (x+1) \ /:m \Rightarrow \frac{m^2+1}{m} = x + 1 \Rightarrow -x = 1 - \frac{m^2+1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x = 1 - \frac{m^2+1}{m} \ / \cdot (-1) \Rightarrow x = -1 + \frac{m^2+1}{m} \Rightarrow x = \frac{-m+m^2+1}{m} \Rightarrow x = \frac{m^2-m+1}{m} \ , \ m \neq 0.$$

2.inačica

$$m^2 + 1 = m \cdot (x+1) \Rightarrow m^2 + 1 = m \cdot x + m \Rightarrow -m \cdot x = m - m^2 - 1 \Rightarrow -m \cdot x = m - m^2 - 1 \ / \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot x = -m + m^2 + 1 \Rightarrow m \cdot x = -m + m^2 + 1 \ /:m \Rightarrow x = \frac{-m+m^2+1}{m} \Rightarrow x = \frac{m^2-m+1}{m} \ , \ m \neq 0.$$

Vježba 042

Riješi jednadžbu $m^2 - 1 = m \cdot (x+1)$ gdje je m parametar.

Rezultat: $x = \dfrac{m^2+m-1}{m} \ , \ m \neq 0.$

Zadatak 043 (Ljiljana, srednja škola)

Odredi sve $a \in R$ tako da rješenje sljedeće jednadžbe bude negativan broj:

$$4 + x \cdot (a - 3) = a \cdot (x - 2) - x.$$

Rješenje 043

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Riješimo zadanu jednadžbu (nađemo nepoznanicu x).

$$4 + x \cdot (a - 3) = a \cdot (x - 2) - x \Rightarrow 4 + x \cdot a - 3 \cdot x = a \cdot x - 2 \cdot a - x \Rightarrow 4 + x \cdot a - 3 \cdot x = a \cdot x - 2 \cdot a - x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 - 3 \cdot x = -2 \cdot a - x \Rightarrow -3 \cdot x + x = -2 \cdot a - 4 \Rightarrow -2 \cdot x = -2 \cdot a - 4 \Rightarrow -2 \cdot x = -2 \cdot a - 4 \ /: (-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = a + 2.$$

Budući da rješenje jednadžbe mora biti negativan broj, slijedi:

$$\left.\begin{matrix} x = a + 2 \\ x < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2 \Rightarrow a \in \langle -\infty, -2 \rangle.$$

Vježba 043

Odredi sve $a \in R$ tako da rješenje sljedeće jednadžbe bude pozitivan broj:

$$4 + x \cdot (a - 3) = a \cdot (x - 2) - x.$$

Rezultat: $a \in \langle -2, +\infty \rangle.$

Zadatak 044 (Valentina, ekonomska škola)

Jedan se stroj koristi za dvije vrste predmeta od plastike, A i B. Da bi se izradio predmet A treba osigurati 25 minuta rada stroja, a za izradu predmeta B dovoljno je 15 minuta. Puni kapacitet stroja je 10 sati rada dnevno. Označimo s x količinu proizvoda A, a s y količinu proizvoda B koje stroj dnevno proizvede radeći punim kapacitetom. Koji uvjet moraju zadovoljavati x i y?

$A)\ 25 \cdot x + 15 \cdot y = 60 \quad , \quad B)\ 0.25 \cdot x + 0.15 \cdot y = 1 \quad , \quad C)\ 5 \cdot x + 3 \cdot y = 2 \quad , \quad D)\ 5 \cdot x + 3 \cdot y = 120$

Rješenje 044

Ponovimo!

$$1\ h = 60\ \min.$$

Za izradu predmeta A treba osigurati 25 min. Stroj je izradio x predmeta A pa je potrošio 25 · x minuta.

Za izradu predmeta B treba osigurati 15 min. Stroj je izradio y predmeta B pa je potrošio 15 · y minuta.

Kapacitet stroja je 10 h dnevno, tj.

$$10\ h = 10 \cdot 60\ min = 600\ min.$$

Zato vrijedi:

$$25 \cdot x + 15 \cdot y = 600 \Rightarrow 25 \cdot x + 15 \cdot y = 600 \ /: 5 \Rightarrow 5 \cdot x + 3 \cdot y = 120.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 044

Jedan se stroj koristi za dvije vrste predmeta od plastike, A i B. Da bi se izradio predmet A treba osigurati 25 minuta rada stroja, a za izradu predmeta B dovoljno je 15 minuta. Puni kapacitet stroja je 5 sati rada dnevno. Označimo s x količinu proizvoda A, a s y količinu proizvoda B koje stroj dnevno proizvede radeći punim kapacitetom. Koji uvjet moraju zadovoljavati x i y?

$A)\ 25 \cdot x + 15 \cdot y = 60 \quad , \quad B)\ 0.25 \cdot x + 0.15 \cdot y = 1 \quad , \quad C)\ 5 \cdot x + 3 \cdot y = 2 \quad , \quad D)\ 5 \cdot x + 3 \cdot y = 60$

Rezultat: D.

Zadatak 045 (Biba, srednja škola)

Jednadžba (1 + a) · x = b + 1 ima beskonačno mnogo rješenja ako je:

$$A)\ a=b \quad , \quad B)\ a=-b \quad , \quad C)\ a=b=-1 \quad , \quad D)\ a=b=1$$

Rješenje 045

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \;\; a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \;,\; b \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \;,\; b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

Da bi jednadžba

$$(1+a) \cdot x = b+1$$

imala beskonačno mnogo rješenja mora biti ispunjeno:

$$\left.\begin{array}{l} 1+a=0 \\ b+1=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=-1 \\ b=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow a=b=-1.$$

Za a = b = – 1 jednadžba je oblika

$$0 \cdot x = 0,$$

a ova je jednakost ispunjena za svako $x \in R$.

Odgovor je pod C.

Vježba 045

Jednadžba (2 + a) · x = b + 2 ima beskonačno mnogo rješenja ako je:

$$A)\ a=b \quad , \quad B)\ a=-b \quad , \quad C)\ a=b=-2 \quad , \quad D)\ a=b=1$$

Rezultat: C.

Zadatak 046 (Biba, srednja škola)

Koliki mora biti parametar m da jednadžba (2 – m) · x – (6 + m) = 0 nema rješenja?

$$A)\ m=2 \quad , \quad B)\ m=-2 \quad , \quad C)\ m=-6 \quad , \quad D)\ m=6$$

Rješenje 046

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \;\; a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \;\;,\;\; b \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \;\;,\;\; b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.
S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednosti nepoznanice x za koje su nazivnici jednaki nuli.

1.inačica

$$(2-m) \cdot x - (6+m) = 0 \Rightarrow (2-m) \cdot x = 6+m.$$

Iz jednadžbe

$$2 - m = 0$$

dobije se

$$m = 2.$$

Ako je m = 2 jednadžba

$$(2-m) \cdot x = 6+m$$

ima oblik

$$0 \cdot x = 8$$

i očito, nijedan realan x ne zadovoljava tu jednadžbu, te jednadžba nema rješenja.
Odgovor je pod A.

2.inačica

Riješimo jednadžbu:

$$(2-m) \cdot x - (6+m) = 0 \Rightarrow (2-m) \cdot x = 6+m \Rightarrow (2-m) \cdot x = 6+m \;/ \cdot \frac{1}{2-m} \Rightarrow x = \frac{6+m}{2-m}.$$

Budući da nazivnik ne smije biti nula, slijedi:

$$2 - m \neq 0 \Rightarrow m \neq 2.$$

Dakle, za m = 2 zadana jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod A.

Vježba 046

Koliki mora biti parametar m da jednadžba (3 – m) · x – (6 + m) = 0 nema rješenja?

$A)\;\; m = 3 \quad , \quad B)\;\; m = -3 \quad , \quad C)\;\; m = -6 \quad , \quad D)\;\; m = 6$

Rezultat: A.

Zadatak 047 (Goran, gimnazija)

Riješi jednadžbu po x:

$$\frac{x - a \cdot b}{a+b} + \frac{x - a \cdot c}{a+c} + \frac{x - b \cdot c}{b+c} = a + b + c.$$

Rješenje 047

Ponovimo!

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\frac{x-a\cdot b}{a+b}+\frac{x-a\cdot c}{a+c}+\frac{x-b\cdot c}{b+c}=a+b+c \Rightarrow \frac{x-a\cdot b}{a+b}+\frac{x-a\cdot c}{a+c}+\frac{x-b\cdot c}{b+c}-a-b-c=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a\cdot b}{a+b}-c+\frac{x-a\cdot c}{a+c}-b+\frac{x-b\cdot c}{b+c}-a=0 \Rightarrow \left(\frac{x-a\cdot b}{a+b}-c\right)+\left(\frac{x-a\cdot c}{a+c}-b\right)+\left(\frac{x-b\cdot c}{b+c}-a\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a\cdot b-c\cdot(a+b)}{a+b}+\frac{x-a\cdot c-b\cdot(a+c)}{a+c}+\frac{x-b\cdot c-a\cdot(b+c)}{b+c}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c}{a+b}+\frac{x-a\cdot c-a\cdot b-b\cdot c}{a+c}+\frac{x-b\cdot c-a\cdot b-a\cdot c}{b+c}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c}{a+b}+\frac{x-a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c}{a+c}+\frac{x-a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c}{b+c}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c)\cdot\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)=0.$$

Uz pretpostavku da je

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\neq 0,$$

rješenje zadane jednadžbe glasi:

$$x-a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c=0 \Rightarrow x=a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c.$$

Vježba 047

Riješi jednadžbu po x:

$$\frac{x}{a+b}+\frac{x}{a+c}+\frac{x}{b+c}-\frac{a\cdot b}{a+b}-\frac{a\cdot c}{a+c}-\frac{b\cdot c}{b+c}=a+b+c.$$

Rezultat: $x=a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c.$

Zadatak 048 (Goran, gimnazija)

Riješi jednadžbu po x:

$$\frac{x-a}{b\cdot c}+\frac{x-b}{a\cdot c}+\frac{x-c}{a\cdot b}=2\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

Rješenje 048

Ponovimo!

$$a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ili } b=0 \text{ ili } a=b=0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\frac{x-a}{b\cdot c}+\frac{x-b}{a\cdot c}+\frac{x-c}{a\cdot b}=2\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \Rightarrow \frac{x-a}{b\cdot c}+\frac{x-b}{a\cdot c}+\frac{x-c}{a\cdot b}=\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a}{b\cdot c}+\frac{x-b}{a\cdot c}+\frac{x-c}{a\cdot b}-\frac{2}{a}-\frac{2}{b}-\frac{2}{c}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a}{b\cdot c}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}+\frac{x-b}{a\cdot c}-\frac{1}{a}-\frac{1}{c}+\frac{x-c}{a\cdot b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x-a}{b\cdot c}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)+\left(\frac{x-b}{a\cdot c}-\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)+\left(\frac{x-c}{a\cdot b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a-c-b}{b\cdot c}+\frac{x-b-c-a}{a\cdot c}+\frac{x-c-b-a}{a\cdot b}=0 \Rightarrow \frac{x-a-b-c}{b\cdot c}+\frac{x-a-b-c}{a\cdot c}+\frac{x-a-b-c}{a\cdot b}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; (x-a-b-c)\cdot\left(\frac{1}{b\cdot c}+\frac{1}{a\cdot c}+\frac{1}{a\cdot b}\right)=0.$$

Uz pretpostavku da je

$$a\cdot b\cdot c\neq 0 \text{ i } \frac{1}{b\cdot c}+\frac{1}{a\cdot c}+\frac{1}{a\cdot b}\neq 0,$$

rješenje zadane jednadžbe glasi:

$$x-a-b-c=0 \;\Rightarrow\; x=a+b+c.$$

Vježba 048

Riješi jednadžbu po x:

$$\frac{x}{b\cdot c}+\frac{x}{a\cdot c}+\frac{x}{a\cdot b}-\frac{a}{b\cdot c}-\frac{b}{a\cdot c}-\frac{c}{a\cdot b}=2\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

Rezultat: $x=a+b+c.$

Zadatak 049 (Alen, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $\frac{3\cdot(x+1)}{2}-\frac{2\cdot(x-3)}{5}+2\cdot x-1=\frac{31\cdot x}{10}+4.$

Rješenje 049

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\;\; a,\, b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a\neq 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \; x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a=0 \;\;,\;\; b\neq 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \; 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a=0 \;\;,\;\; b=0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \; 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R.$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\frac{3\cdot(x+1)}{2}-\frac{2\cdot(x-3)}{5}+2\cdot x-1=\frac{31\cdot x}{10}+4 \;\Rightarrow\; \frac{3\cdot(x+1)}{2}-\frac{2\cdot(x-3)}{5}+2\cdot x-1=\frac{31\cdot x}{10}+4 \;/\cdot 10 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 5\cdot 3\cdot(x+1)-2\cdot 2\cdot(x-3)+20\cdot x-10=31\cdot x+40 \;\Rightarrow\; 15\cdot(x+1)-4\cdot(x-3)+20\cdot x-10=31\cdot x+40 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 15\cdot x+15-4\cdot x+12+20\cdot x-10=31\cdot x+40 \;\Rightarrow\; 15\cdot x-4\cdot x+20\cdot x-31\cdot x=40-15-12+10 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 35\cdot x-35\cdot x=50-27 \;\Rightarrow\; 0=23 \;\Rightarrow\; 0\cdot x=23.$$

Jednadžba nema rješenja.

2.inačica

$$\frac{3\cdot(x+1)}{2}-\frac{2\cdot(x-3)}{5}+2\cdot x-1=\frac{31\cdot x}{10}+4 \;\Rightarrow\; \frac{3\cdot x+3}{2}-\frac{2\cdot x-6}{5}+2\cdot x-1=\frac{31\cdot x}{10}+4 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3\cdot x+3}{2}-\frac{2\cdot x-6}{5}+2\cdot x-1=\frac{31\cdot x}{10}+4 \;/\cdot 10 \Rightarrow 5\cdot(3\cdot x+3)-2\cdot(2\cdot x-6)+20\cdot x-10=31\cdot x+40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\cdot x+15-4\cdot x+12+20\cdot x-10=31\cdot x+40 \Rightarrow 15\cdot x-4\cdot x+20\cdot x-31\cdot x=40-15-12+10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35\cdot x-35\cdot x=50-27 \Rightarrow 0=23 \Rightarrow 0\cdot x=23.$$

Jednadžba nema rješenja.

Vježba 049

Riješi jednadžbu: $\frac{3\cdot(x+1)}{2}-\frac{31\cdot x}{10}+2\cdot x=\frac{2\cdot(x-3)}{5}+5.$

Rezultat: Jednadžba nema rješenja.

Zadatak 050 (Željka, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $\frac{1}{a\cdot x-a^2}+\frac{1}{a\cdot x-a\cdot b}+\frac{1}{b\cdot x-a\cdot b}+\frac{1}{b\cdot x-b^2}=0.$

Rješenje 050

Ponovimo!

$$a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ili } b=0 \text{ ili } a=b=0.$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\frac{1}{a\cdot x-a^2}+\frac{1}{a\cdot x-a\cdot b}+\frac{1}{b\cdot x-a\cdot b}+\frac{1}{b\cdot x-b^2}=0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{a\cdot(x-a)}+\frac{1}{a\cdot(x-b)}+\frac{1}{b\cdot(x-a)}+\frac{1}{b\cdot(x-b)}=0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{a\cdot(x-a)}+\frac{1}{b\cdot(x-a)}+\frac{1}{a\cdot(x-b)}+\frac{1}{b\cdot(x-b)}=0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x-a}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\frac{1}{x-b}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=0 \Rightarrow \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\cdot\left(\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}\right)=0.$$

Uz pretpostavku da je

$$x\neq a \quad , \quad x\neq b \quad , \quad a\neq b \quad , \quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}\neq 0,$$

rješenje zadane jednadžbe glasi:

$$\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}=0 \Rightarrow \frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}=0 \; / \cdot (x-a)\cdot(x-b) \Rightarrow x-b+x-a=0 \Rightarrow x+x=a+b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x=a+b \Rightarrow 2\cdot x=a+b \; /:2 \Rightarrow x=\frac{a+b}{2}.$$

Vježba 050

Riješi jednadžbu: $\frac{1}{a\cdot x-a^2}+\frac{1}{a\cdot x-a\cdot b}=\frac{1}{a\cdot b-b\cdot x}+\frac{1}{b^2-b\cdot x}.$

Rezultat: $x=\frac{a+b}{2}.$

Zadatak 051 (Frenky, gimnazija)

Zbroj uzastopnih 20 brojeva jednak je 350. Odredi najmanji pribrojnik.

Rješenje 051

Ponovimo!

$$1+2+3+4+\ldots+(n-1)+n=\frac{n\cdot(n+1)}{2}.$$

Neka je x najmanji pribrojnik. Tada vrijedi:

$$x+(x+1)+(x+2)+\ldots+(x+18)+(x+19)=350 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+x+1+x+2+\ldots+x+18+x+19=350 \Rightarrow 20\cdot x+(1+2+3+\ldots+18+19)=350 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20\cdot x+\frac{19\cdot(19+1)}{2}=350 \Rightarrow 20\cdot x+\frac{19\cdot 20}{2}=350 \Rightarrow 20\cdot x+\frac{19\cdot 20}{2}=350 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20\cdot x+190=350 \Rightarrow 20\cdot x=350-190 \Rightarrow 20\cdot x=160 \Rightarrow 20\cdot x=160 \; /:20 \Rightarrow x=8.$$

Najmanji pribrojnik je 8.

Vježba 051

Zbroj uzastopnih 20 brojeva jednak je 350. Odredi najveći pribrojnik.

Rezultat: 27.

Zadatak 052 (Marija, srednja škola)

Riješi nejednadžbu: $\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)^2\geq\frac{4}{3}.$

Rješenje 052

Ponovimo!

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}.$$

1.inačica

Uočimo na desnoj strani nejednakosti razliku kvadrata.

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)^2\geq\frac{4}{3} \Rightarrow \left(\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)\right)\cdot\left(\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)\right)\geq\frac{4}{3} \Rightarrow$$

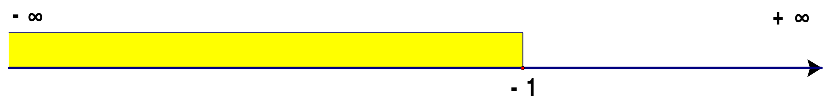
$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}-\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}+\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)\geq\frac{4}{3} \Rightarrow \left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}-\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(2\cdot\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)\geq\frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{3}\cdot\left(2\cdot\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)\ge\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{3}{3}\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\ge\frac{4}{3} \Rightarrow -1\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\ge\frac{4}{3} \Rightarrow -1\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\ge\frac{4}{3}\ /\cdot(-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-\frac{1}{3}\le-\frac{4}{3} \Rightarrow x\le-\frac{4}{3}+\frac{1}{3} \Rightarrow x\le-\frac{3}{3} \Rightarrow x\le-\frac{3}{3} \Rightarrow x\le-1.$$

Rješenje jednadžbe glasi:

$$x\in\langle-\infty,\ -1].$$



2.inačica

Uočimo na desnoj strani nejednakosti kvadrat razlike i kvadrat zbroja.

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)^2\ge\frac{4}{3} \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2-2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\left(\frac{x}{2}\right)^2+2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)\ge\frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4}-2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left(\frac{x^2}{4}+2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{9}\right)\ge\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{4}-\frac{2}{3}\cdot x+\frac{4}{9}-\left(\frac{x^2}{4}+\frac{1}{3}\cdot x+\frac{1}{9}\right)\ge\frac{4}{3} \Rightarrow$$

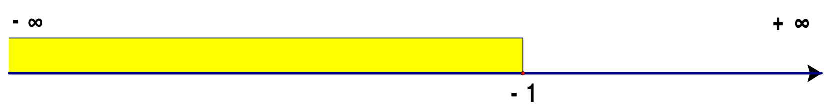
$$\Rightarrow \frac{x^2}{4}-\frac{2}{3}\cdot x+\frac{4}{9}-\frac{x^2}{4}-\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{9}\ge\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{4}-\frac{2}{3}\cdot x+\frac{4}{9}-\frac{x^2}{4}-\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{9}\ge\frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}\cdot x+\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{9}\ge\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{3}{3}\cdot x+\frac{3}{9}\ge\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{3}{3}\cdot x+\frac{3}{9}\ge\frac{4}{3} \Rightarrow -x+\frac{1}{3}\ge\frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x\ge\frac{4}{3}-\frac{1}{3} \Rightarrow -x\ge\frac{3}{3} \Rightarrow -x\ge\frac{3}{3} \Rightarrow -x\ge1 \Rightarrow -x\ge1\ /\cdot(-1) \Rightarrow x\le-1.$$

Rješenje jednadžbe glasi:

$$x\in\langle-\infty,\ -1].$$



Vježba 052

Riješi nejednadžbu: $\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{4}{3}\ge\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)^2$.

Rezultat: $x\in\langle-\infty,\ -1].$

Zadatak 053 (Zabrinuta, HTT)

Riješi jednadžbu: $2\cdot y-\frac{1}{5}=2\cdot\left(2+\frac{1}{2}\cdot y\right)$.

Rješenje 053

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ \ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$2\cdot y-\frac{1}{5}=2\cdot\left(2+\frac{1}{2}\cdot y\right) \Rightarrow 2\cdot y-\frac{1}{5}=4+y \Rightarrow 2\cdot y-y=4+\frac{1}{5} \Rightarrow y=4+\frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{4}{1}+\frac{1}{5} \Rightarrow y=\frac{20+1}{5} \Rightarrow y=\frac{21}{5}.$$

2.inačica

$$2\cdot y-\frac{1}{5}=2\cdot\left(2+\frac{1}{2}\cdot y\right) \Rightarrow 2\cdot y-\frac{1}{5}=2\cdot\left(\frac{2}{1}+\frac{1}{2}\cdot y\right) \Rightarrow 2\cdot y-\frac{1}{5}=2\cdot\frac{4+y}{2} \Rightarrow 2\cdot y-\frac{1}{5}=2\cdot\frac{4+y}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot y-\frac{1}{5}=4+y \Rightarrow 2\cdot y-y=4+\frac{1}{5} \Rightarrow y=\frac{4\cdot 5+1}{5} \Rightarrow y=\frac{21}{5}.$$

Vježba 053

Riješi jednadžbu: $2\cdot y-\frac{1}{5}=4\cdot\left(1+\frac{1}{4}\cdot y\right).$

Rezultat: $y=\frac{21}{5}.$

Zadatak 054 (Tihana, maturantica)

Riješi jednadžbu: $\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}-1=0.$

Rješenje 054

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ \ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{4}\cdot x-\frac{1}{2}-1\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{8}\cdot x-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-1\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{16}\cdot x-\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}\cdot x-\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-1=0 \;/\cdot 16 \Rightarrow x-2-4-8-16=0 \Rightarrow x=2+4+8+16 \Rightarrow x=30.$$

2.inačica

$$\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{4}\cdot x-\frac{1}{2}-1\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{4}\cdot x-\frac{3}{2}\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{8}\cdot x-\frac{3}{4}-1\right\}-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{8}\cdot x-\frac{7}{4}\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{16}\cdot x-\frac{7}{8}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{16}\cdot x-\frac{15}{8}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}\cdot x-\frac{15}{8}=0 \;/\cdot 16 \Rightarrow x-30=0 \Rightarrow x=30.$$

3.inačica

$$\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}-1=0 \;/\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1-2=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-3=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-3=0 \;/\cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1-6=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-7=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-7=0 \;/\cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x-1-14=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x-15=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x-15=0 \;/\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-30=0 \Rightarrow x=30.$$

4.inačica

$$\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1\right\}=1 \;/\cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]-1=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]=2+1 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]=3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1\right]=3\ /\cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)-1=6 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)=6+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)=7 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x-1\right)=7\ /\cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x-1=14 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x=14+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x=15 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot x=15\ /\cdot 2 \Rightarrow x=30.$$

Vježba 054

Riješi jednadžbu: $\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x+1\right)\right]-1=0.$

Rezultat: 6.

Zadatak 055 (Ana, gimnazija)

Rješenje jednadžbe $1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-x}}=1-\frac{1}{x}$ je broj

$A)\ 0 \qquad B)\ 1 \qquad C)\ 2 \qquad D)\ 3$

Rješenje 055

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ \ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a\neq 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b\neq 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b=0\end{matrix}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}\quad,\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \Rightarrow 1-\frac{1}{\frac{1}{1}-\frac{1}{1-x}}=\frac{1}{1}-\frac{1}{x} \Rightarrow 1-\frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}}=\frac{x-1}{x} \Rightarrow 1-\frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}}=\frac{x-1}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-\frac{1}{\frac{-x}{1-x}}=\frac{x-1}{x} \Rightarrow 1-\frac{\frac{1}{1}}{\frac{-x}{1-x}}=\frac{x-1}{x} \Rightarrow 1-\frac{1-x}{-x}=\frac{x-1}{x} \Rightarrow 1+\frac{1-x}{x}=\frac{x-1}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{1}{1}+\frac{1-x}{x}=\frac{x-1}{x} \ \Rightarrow \ \frac{x+1-x}{x}=\frac{x-1}{x} \ \Rightarrow \ \frac{x+1-x}{x}=\frac{x-1}{x} \ \Rightarrow \ \frac{1}{x}=\frac{x-1}{x} \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{1}{x}=\frac{x-1}{x} \ / \cdot x \ \Rightarrow \ 1=x-1 \ \Rightarrow \ x-1=1 \ \Rightarrow \ x=1+1 \ \Rightarrow \ x=2.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

$$1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow \ 1-\frac{1}{\frac{1}{1}-\frac{1}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow \ 1-\frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow \ 1-\frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ 1-\frac{1}{\frac{-x}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow \ 1-\frac{\frac{1}{1}}{\frac{-x}{1-x}}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow \ 1-\frac{1-x}{-x}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow \ 1+\frac{1-x}{x}=1-\frac{1}{x} \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{1}{1}+\frac{1-x}{x}=\frac{1}{1}-\frac{1}{x} \ / \cdot x \ \Rightarrow \ x+1-x=x-1 \ \Rightarrow \ x-x-x=-1-1 \ \Rightarrow \ x-x-x=-2 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ -x=-2 \ \Rightarrow \ -x=-2 \ / \cdot (-1) \ \Rightarrow \ x=2.$$

Vježba 055

Rješenje jednadžbe $1-\frac{1}{1+\frac{1}{x-1}}=1-\frac{1}{x}$ je broj

$A)\ 0 \qquad B)\ 1 \qquad C)\ 2 \qquad D)\ 3$

Rezultat: C.

Zadatak 056 (Matija, gimnazija)

Rješenje jednadžbe $x+2\cdot x+3\cdot x+4\cdot x+\ \ldots\ +111\cdot x=259$ je:

$A)\ \frac{1}{4} \qquad B)\ \frac{1}{8} \qquad C)\ \frac{1}{12} \qquad D)\ \frac{1}{24}$

Rješenje 056

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ \ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a\neq 0 \end{matrix}\right\} \ \Rightarrow \ x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a=0\ \ ,\ \ b\neq 0 \end{matrix}\right\} \ \Rightarrow \ 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{matrix} a\cdot x=b \\ a=0\ \ ,\ \ b=0 \end{matrix}\right\} \ \Rightarrow \ 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

$$1+2+3+4+\ \ldots\ +n=\frac{n\cdot(n+1)}{2}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x + \ \dots \ + 111 \cdot x = 259 \ \Rightarrow \ x \cdot (1+2+3+4+ \ \dots \ +111) = 259 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ x \cdot \frac{111 \cdot (111+1)}{2} = 259 \ \Rightarrow \ x \cdot \frac{111 \cdot 112}{2} = 259 \ \Rightarrow \ x \cdot \frac{111 \cdot 112}{2} = 259 \ \Rightarrow \ 56 \cdot 111 \cdot x = 259 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ 6216 \cdot x = 259 \ \Rightarrow \ 6216 \cdot x = 259 \ /: 6216 \ \Rightarrow \ x = \frac{259}{6216} \ \Rightarrow \ x = \frac{259}{6216} \ \Rightarrow \ x = \frac{1}{24}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 056

Rješenje jednadžbe $x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x + \ \dots \ + 111 \cdot x = 518$ je :

$$A) \ \frac{1}{4} \qquad B) \ \frac{1}{8} \qquad C) \ \frac{1}{12} \qquad D) \ \frac{1}{24}$$

Rezultat: C.

Zadatak 057 (Ana, gimnazija)

Nađi skup realnih rješenja jednadžbe: $2 \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y^2 + 3 \cdot x - 3 \cdot y + 9 = 0.$

Rješenje 057

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \ \ a, \ b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left. \begin{matrix} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \ x = \dfrac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left. \begin{matrix} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b \neq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \ 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left. \begin{matrix} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \ 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}.$$

$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 = 0 \ \Leftrightarrow \ a = b = c = 0.}$$

Transformiramo zadanu jednadžbu kao zbroj kvadrata binoma.

$$2 \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y^2 + 3 \cdot x - 3 \cdot y + 9 = 0 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{3}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y + \frac{3}{2} \cdot y^2 + \frac{1}{2} \cdot y^2 + 3 \cdot x - 3 \cdot y + \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 0 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \frac{3}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y + \frac{3}{2} \cdot y^2 + \frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x + \frac{9}{2} + \frac{1}{2} \cdot y^2 - 3 \cdot y + \frac{9}{2} = 0 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \left(\frac{3}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x \cdot y + \frac{3}{2} \cdot y^2 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x + \frac{9}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot y^2 - 3 \cdot y + \frac{9}{2} \right) = 0 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\cdot\left(x^2+2\cdot x\cdot y+y^2\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(x^2+6\cdot x+9\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(y^2-6\cdot y+9\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\cdot(x+y)^2+\frac{1}{2}\cdot(x+3)^2+\frac{1}{2}\cdot(y-3)^2=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=0 \\ x+3=0 \\ y-3=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=-y \\ x=-3 \\ y=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=-3 \\ y=3 \end{array}\right\}.$$

Vježba 057

Nađi skup realnih rješenja jednadžbe: $2\cdot x^2+3\cdot y^2-4\cdot x-6\cdot y+5=0.$

Rezultat: x = 1 , y = 1.

Zadatak 058 (Maturant, gimnazija)

Za koje realne brojeve x, y, z izraz $9\cdot x^2+4\cdot y^2+25\cdot z^2-24\cdot x+28\cdot y+20\cdot z+2064$ ima najmanju vrijednost?

Rješenje 058

Ponovimo!

$$a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2 \quad , \quad a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2 \quad , \quad a\in R \Rightarrow a^2\geq 0.$$

Potpuni je kvadrat izraz oblika a^2.
Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b, \ a, b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0 \ , \ b\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0 \ , \ b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

Zadani izraz transformiramo u zbroj kvadrata binoma dopunjavanjem do potpunog kvadrata.

$$9\cdot x^2+4\cdot y^2+25\cdot z^2-24\cdot x+28\cdot y+20\cdot z+2064=$$

$$=9\cdot x^2-24\cdot x+4\cdot y^2+28\cdot y+25\cdot z^2+20\cdot z+2064=$$

$$=(3\cdot x)^2-2\cdot 3\cdot x\cdot 4+4^2-4^2+(2\cdot y)^2+2\cdot 2\cdot y\cdot 7+7^2-7^2+(5\cdot z)^2+2\cdot 5\cdot z\cdot 2+2^2-2^2+2064=$$

$$=\left((3\cdot x)^2-2\cdot 3\cdot x\cdot 4+4^2\right)-4^2+\left((2\cdot y)^2+2\cdot 2\cdot y\cdot 7+7^2\right)-7^2+\left((5\cdot z)^2+2\cdot 5\cdot z\cdot 2+2^2\right)-2^2+2064=$$

$$=(3\cdot x-4)^2-16+(2\cdot y+7)^2-49+(5\cdot z+2)^2-4+2064=$$

$$=(3\cdot x-4)^2+(2\cdot y+7)^2+(5\cdot z+2)^2+1995.$$

Budući da za svaki x, y i z vrijedi

$$\left.\begin{array}{l}(3\cdot x-4)^2\ge 0\\(2\cdot y+7)^2\ge 0\\(5\cdot z+2)^2\ge 0\end{array}\right\},$$

slijedi da će zadani zbroj imati najmanju vrijednost 1995, ako je

$$\left.\begin{array}{l}3\cdot x-4=0\\2\cdot y+7=0\\5\cdot z+2=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}3\cdot x=4\\2\cdot y=-7\\5\cdot z=-2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}3\cdot x=4\ /:3\\2\cdot y=-7\ /:2\\5\cdot z=-2\ /:5\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x=\frac{4}{3}\\y=-\frac{7}{2}\\z=-\frac{2}{5}\end{array}\right\}.$$

Vježba 058

Za koje realne brojeve x, y izraz $4\cdot x^2+9\cdot y^2-8\cdot x-18\cdot y+23$ ima najmanju vrijednost?

Rezultat: x = 1 , y = 1.

Zadatak 059 (Malena, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $\left(\frac{2\cdot x-15}{6}\right)^2-\left(\frac{2\cdot x-3}{6}\right)^2=4.$

Rješenje 059

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\quad,\quad(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\quad,\quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

$$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ \ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l}a\cdot x=b\\a\ne 0\end{array}\right\}\Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l}a\cdot x=b\\a=0\ ,\ b\ne 0\end{array}\right\}\Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l}a\cdot x=b\\a=0\ ,\ b=0\end{array}\right\}\Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

1.inačica

$$\left(\frac{2\cdot x-15}{6}\right)^2-\left(\frac{2\cdot x-3}{6}\right)^2=4\Rightarrow\frac{(2\cdot x-15)^2}{6^2}-\frac{(2\cdot x-3)^2}{6^2}=4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4\cdot x^2-60\cdot x+225}{36}-\frac{4\cdot x^2-12\cdot x+9}{36}=4 \Rightarrow \frac{4\cdot x^2-60\cdot x+225}{36}-\frac{4\cdot x^2-12\cdot x+9}{36}=4 \;/\cdot 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x^2-60\cdot x+225-\left(4\cdot x^2-12\cdot x+9\right)=144 \Rightarrow 4\cdot x^2-60\cdot x+225-4\cdot x^2+12\cdot x-9=144 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x^2-60\cdot x+225-4\cdot x^2+12\cdot x-9=144 \Rightarrow -60\cdot x+225+12\cdot x-9=144 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -60\cdot x+12\cdot x=144-225+9 \Rightarrow -48\cdot x=-72 \Rightarrow -48\cdot x=-72 \;/:(-48) \Rightarrow x=\frac{72}{48} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\text{kratimo}\\ \text{s } 24\end{bmatrix} \Rightarrow x=\frac{72:24}{48:24} \Rightarrow x=\frac{3}{2}.$$

2.inačica

$$\left(\frac{2\cdot x-15}{6}\right)^2-\left(\frac{2\cdot x-3}{6}\right)^2=4 \Rightarrow \left(\frac{2\cdot x-15}{6}-\frac{2\cdot x-3}{6}\right)\cdot\left(\frac{2\cdot x-15}{6}+\frac{2\cdot x-3}{6}\right)=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot x-15-(2\cdot x-3)}{6}\cdot\frac{2\cdot x-15+2\cdot x-3}{6}=4 \Rightarrow \frac{2\cdot x-15-2\cdot x+3}{6}\cdot\frac{2\cdot x-15+2\cdot x-3}{6}=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot x-15-2\cdot x+3}{6}\cdot\frac{4\cdot x-18}{6}=4 \Rightarrow \frac{-12}{6}\cdot\frac{4\cdot x-18}{6}=4 \Rightarrow \frac{-12}{6}\cdot\frac{4\cdot x-18}{6}=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\cdot\frac{4\cdot x-18}{6}=4 \Rightarrow -2\cdot\frac{4\cdot x-18}{6}=4 \Rightarrow -\frac{4\cdot x-18}{3}=4 \Rightarrow -\frac{4\cdot x-18}{3}=4 \;/\cdot(-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x-18=-12 \Rightarrow 4\cdot x=-12+18 \Rightarrow 4\cdot x=6 \Rightarrow 4\cdot x=6 \;/:4 \Rightarrow x=\frac{6}{4} \Rightarrow x=\frac{3}{2}.$$

Vježba 059

Riješi jednadžbu: $\left(\frac{15-2\cdot x}{6}\right)^2-\left(\frac{3-2\cdot x}{6}\right)^2=4.$

Rezultat: $x=\frac{3}{2}.$

Zadatak 060 (4A, TUPŠ)

Ako je $s=\frac{a+b+c}{2}$, čemu je jednako a?

$A.\ a=\frac{s-b-c}{2}$ $\quad B.\ a=2\cdot(s-b-c)$ $\quad C.\ a=2\cdot s-b-c$ $\quad D.\ a=2\cdot s+\frac{b+c}{2}$

Rješenje 060

Ponovimo!

$$a=b \Rightarrow b=a.$$

1.inačica

$$s=\frac{a+b+c}{2} \Rightarrow s=\frac{a+b+c}{2} \;/\cdot 2 \Rightarrow 2\cdot s=a+b+c \Rightarrow -a=b+c-2\cdot s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a=b+c-2\cdot s \;/\cdot(-1) \Rightarrow a=-b-c+2\cdot s \Rightarrow a=2\cdot s-b-c.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

$$s=\frac{a+b+c}{2} \Rightarrow s=\frac{a+b+c}{2} \;/\cdot 2 \Rightarrow 2\cdot s=a+b+c \Rightarrow 2\cdot s-b-c=a \Rightarrow a=2\cdot s-b-c.$$

Odgovor je pod C.

3.inačica

$$s = \frac{a+b+c}{2} \Rightarrow \frac{a+b+c}{2} = s \;/\cdot 2 \Rightarrow a+b+c = 2\cdot s \Rightarrow a = 2\cdot s - b - c.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 060

Ako je $s = \frac{a+b+c}{2}$, čemu je jednako b?

$A.\ b = \frac{s-a-c}{2}$ $\quad B.\ b = 2\cdot(s-a-c)$ $\quad C.\ b = 2\cdot s - a - c$ $\quad D.\ b = 2\cdot s + \frac{a+c}{2}$

Rezultat: C.