

### Zadatak 181 (Branimir, tehnička škola)

Dani su izrazi  $A = x^3 + 1$  i  $B = x^2 + x$ , gdje je  $x$  racionalan broj. Za koji  $x$  je  $A = B$ ?

#### Rješenje 181

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b), \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$
$$a^2 = 0 \Rightarrow a = 0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

$$\begin{aligned} A = B &\Rightarrow A - B = 0 \Rightarrow x^3 + 1 - (x^2 + x) = 0 \Rightarrow x^3 + 1 - x^2 - x = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow [\text{metoda grupiranja}] \Rightarrow (x^3 - x^2) + (1 - x) = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow [\text{izlučimo } x-1] \Rightarrow (x-1) \cdot (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x-1) \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-1)^2 \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (x-1)^2 = 0 \\ x+1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-1 = 0 \\ x+1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

#### Vježba 181

Dani su izrazi  $A = x^3 + 1$  i  $B = x^2 + 1$ , gdje je  $x$  racionalan broj. Za koji  $x$  je  $A = B$ ?

**Rezultat:**  $x_1 = 0$  i  $x_2 = 1$ .

### Zadatak 182 (Milica, tehnička škola)

$$\text{Jednadžba } x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3}:$$

A. ima rješenje

B. nema rješenje

#### Rješenje 182

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a^2 = 0 \Rightarrow a = 0, \quad a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a-b)^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \quad a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

$$\textcircled{1} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a} \text{ rješenje jednadžbe}$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b \text{ jednadžba nema rješenja}$$

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

$$\textcircled{3} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0 \text{ jednadžba je neodređena}$$

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako  $x \in R$ .

Rasprava

**S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice  $x$  za koju je nazivnik jednak nuli.**

Riješimo jednadžbu

$$x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3}$$

Najprije raspravimo!

Budući da se s nulom ne može dijeliti, nazivnik  $x - 3$  mora biti različit od nule. Slijedi:

$$x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3.$$

1. inačica

$$x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \Rightarrow x = 3.$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je  $x \neq 3$ . Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

2. inačica

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} &\Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \quad / \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 &\Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 3 \cdot (x-3) = 0 &\Rightarrow (x-3) \cdot (x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x - 3 = 0 &\Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je  $x \neq 3$ . Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

3. inačica

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} &\Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \quad / \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 &\Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) &/ : (x-3) \Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je  $x \neq 3$ . Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

4. inačica

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} &\Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \quad / \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 &\Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 - 3 \cdot x = 3 \cdot x - 9 &\Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - 3 \cdot x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 6 \cdot x + 9 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow (x-3)^2 = 0 &\Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je  $x \neq 3$ . Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

**Vježba 182**

Jednadžba  $x - \frac{5}{x-2} = 2 - \frac{5}{x-2}$  :

A. ima rješenje

B. nema rješenje

**Rezultat:** B.

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)