Zadatak 141 (Luka, srednja škola)

Odredite sva tri rješenja jednadžbe $x^3 + a \cdot x^2 - x - a = 0$.

Rješenje 141

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \;\Leftrightarrow\; a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

1.inačica

$$x^3 + a \cdot x^2 - x - a = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \\ \text{članova} \end{bmatrix} \Rightarrow \left(x^3 + a \cdot x^2\right) + (-x - a) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 \cdot (x + a) - (x + a) = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x + a) - (x + a) = 0 \Rightarrow (x + a) \cdot \left(x^2 - 1\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x + a = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = -a \\ x^2 = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = -a \\ x^2 = 1 \;/\sqrt{\;} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = -a \\ x_{2,3} = \pm\sqrt{1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = -a \\ x_{2,3} = \pm 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = -a \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -1 \end{matrix}\right\}.$$

2.inačica

$$x^3 + a \cdot x^2 - x - a = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \\ \text{članova} \end{bmatrix} \Rightarrow \left(x^3 - x\right) + \left(a \cdot x^2 - a\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot \left(x^2 - 1\right) + a \cdot \left(x^2 - 1\right) = 0 \Rightarrow x \cdot \left(x^2 - 1\right) + a \cdot \left(x^2 - 1\right) = 0 \Rightarrow \left(x^2 - 1\right) \cdot (x + a) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2 - 1 = 0 \\ x + a = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2 = 1 \\ x = -a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2 = 1 \;/\sqrt{\;} \\ x_1 = -a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_{2,3} = \pm\sqrt{1} \\ x_1 = -a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_{2,3} = \pm 1 \\ x_1 = -a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_2 = 1 \\ x_3 = -1 \\ x_1 = -a \end{matrix}\right\}.$$

Vježba 141

Odredite sva tri rješenja jednadžbe $x^3 - a \cdot x^2 + x - a = 0$.

Rezultat: $x_1 = a,\ x_2 = i,\ x_3 = -i.$

Zadatak 142 (Jasna, srednja škola)

U kinodvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca. Broj redova jednak je broju stolaca u jednom redu. Kad bi se udvostručio broj redova, a smanjio broj stolaca za 10 u svakom redu, onda bi se broj sjedećih mjesta u dvorani povećao za 300. Koliko redova ima u dvorani?

$$A.\ 28 \qquad B.\ 34 \qquad C.\ 36 \qquad D.\ 30$$

Rješenje 142

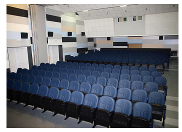
Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b?

$$a - n = b \quad , \quad a = b + n \quad , \quad a - b = n.$$



Neka je x broj redova u kinodvorani. Tada je x i broj stolaca u jednom redu jer je prema uvjetu zadatka broj redova jednak broju stolaca u jednom redu. Budući da u kinodvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca, ukupan broj stolaca iznosi:

$$x \cdot x = x^2.$$

Ako se udvostruči broj redova, ima ih

$$2 \cdot x.$$

Ako se broj stolaca u jednom redu smanji za 10, bit će ih

$$x - 10.$$

Sada je ukupan broj stolaca u kinodvorani

$$2 \cdot x \cdot (x - 10).$$

Budući da je tada 300 stolaca više nego na početku, vrijedi jednadžba:

$$2 \cdot x \cdot (x-10) - 300 = x^2 \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 20 \cdot x - 300 = x^2 \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 20 \cdot x - 300 - x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 20 \cdot x - 300 = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x^2 - 20 \cdot x - 300 = 0 \\ a = 1 \ , \ b = -20 \ , \ c = -300 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \ , \ b = -20 \ , \ c = -300 \\ x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-300)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 1200}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{1600}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm 40}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{20+40}{2} \\ x_2 = \dfrac{20-40}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{60}{2} \\ x_2 = -\dfrac{20}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 30 \ \textit{rješenje} \\ x_2 = -10 \ \textit{nije rješenje} \end{array}\right\}.$$

U kinodvorani ima 30 redova.
Odgovor je pod D.

Vježba 142

U kinodvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca. Broj redova jednak je broju stolaca u jednom redu. Kad bi se udvostručio broj redova, a smanjio broj stolaca za 10 u svakom redu, onda bi se broj sjedećih mjesta u dvorani povećao za 300. Koliko stolaca ima u dvorani?

A. 300 *B.* 600 *C.* 900 *D.* 1600

Rezultat: C.

Zadatak 143 (Dalibor, srednja škola)

Ako su -1 i $\frac{3}{5}$ rješenja jednadžbe $5 \cdot x^2 + k \cdot x - 3 = 0$, koliko je k?

A. $k = 2$ *B.* $k = 1$ *C.* $k = -1$ *D.* $k = -2$

Rješenje 143

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot b = a.$$

Jednadžba oblika

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0,$$

($a \neq 0$, b i c su realni brojevi) naziva se kvadratna jednadžba. Svaki broj x (realan ili kompleksan) koji zadovoljava tu jednadžbu naziva se rješenje kvadratne jednadžbe.
Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

1.inačica
Budući da je x = – 1 rješenje postavljene kvadratne jednadžbe, vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} 5 \cdot x^2 + k \cdot x - 3 = 0 \\ x = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow 5 \cdot (-1)^2 + k \cdot (-1) - 3 = 0 \Rightarrow 5 \cdot 1 - k - 3 = 0 \Rightarrow 5 - k - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k = -5 + 3 \Rightarrow -k = -2 \Rightarrow -k = -2 \; / \cdot (-1) \Rightarrow k = 2.$$

Isto se dobije za $x = \frac{3}{5}$.
Odgovor je pod A.

2.inačica
Uporabom Vièteove formule dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} 5 \cdot x^2 + k \cdot x - 3 = 0 \\ a = 5 \;,\; b = k \;,\; c = -3 \\ x_1 = -1 \;,\; x_2 = \frac{3}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{Vièteova formula} \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{array}\right] \Rightarrow -1 + \frac{3}{5} = -\frac{k}{5} \Rightarrow \frac{k}{5} = 1 - \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k}{5} = 1 - \frac{3}{5} \; / \cdot 5 \Rightarrow k = 5 - 3 \Rightarrow k = 2.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 143

Ako su 1 i $\frac{3}{5}$ rješenja jednadžbe $5 \cdot x^2 + k \cdot x + 3 = 0$, koliko je k?

$A.\; k = -6 \qquad B.\; k = 6 \qquad C.\; k = -8 \qquad D.\; k = 8$

Rezultat: C.

Zadatak 144 (Vox, gimnazija)

Dokaži: $a \cdot S_n + b \cdot S_{n-1} + c \cdot S_{n-2} = 0$, gdje je $S_k = x_1^k + x_2^k$, $k \in N$, te x_1 i x_2 rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$.

Rješenje 144

Ponovimo!

$$a^n : a^m = a^{n-m} \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^0 = 1.$$

Kako glasi zakon asocijacije (združivanja) za zbrajanje?
Zbroj se ne mijenja združimo li pribrojnike na bilo koji način:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Budući da su x_1 i x_2 rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, vrijedi:

$$a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c = 0 \quad , \quad a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c = 0.$$

Prepravimo postavljeni izraz.

$$a \cdot S_n + b \cdot S_{n-1} + c \cdot S_{n-2} = 0 \Rightarrow a \cdot \left(x_1^n + x_2^n\right) + b \cdot \left(x_1^{n-1} + x_2^{n-1}\right) + c \cdot \left(x_1^{n-2} + x_2^{n-2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot x_1^n + a \cdot x_2^n + b \cdot x_1^{n-1} + b \cdot x_2^{n-1} + c \cdot x_1^{n-2} + c \cdot x_2^{n-2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(a \cdot x_1^n + b \cdot x_1^{n-1} + c \cdot x_1^{n-2}\right) + \left(a \cdot x_2^n + b \cdot x_2^{n-1} + c \cdot x_2^{n-2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1^{n-2} \cdot \left(a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c\right) + x_2^{n-2} \cdot \left(a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c = 0 \\ a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1^{n-2} \cdot 0 + x_2^{n-2} \cdot 0 = 0 \Rightarrow 0 + 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0.$$

Vježba 144

Dokaži : $a \cdot S_{n+2} + b \cdot S_{n+1} + c \cdot S_n = 0$, gdje je $S_k = x_1^k + x_2^k$, $k \in N$, te x_1 i x_2 rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 145 (Helena, gimnazija)

Stranice trokuta duljina redom 10 cm, 11 cm, 19 cm treba produžiti za dužine jednake duljine tako da trokut postane pravokutan. Koliki je taj produžetak?

Rješenje 145

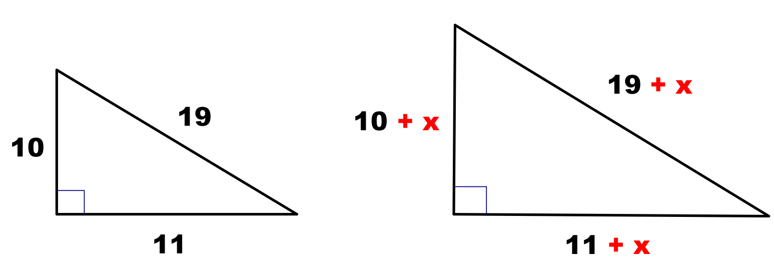
Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90º). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.



Duljine stranica trokuta su: a = 10, b = 11, c = 19. Neka je x duljina produžetka za koji treba produžiti stranice tako da trokut postane pravokutan, Tada je:

$$a = 10 + x, \; b = 11 + x, \; c = 19 + x.$$

Za pravokutan trokut vrijedi Pitagorin poučak pa slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} a=10+x \\ b=11+x \\ c=19+x \\ c^2=a^2+b^2 \end{array}\right\} \Rightarrow (19+x)^2=(10+x)^2+(11+x)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 361+38\cdot x+x^2=100+20\cdot x+x^2+121+22\cdot x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 361+38\cdot x+x^2=100+20\cdot x+x^2+121+22\cdot x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 361+38\cdot x=100+20\cdot x+121+22\cdot x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 361+38\cdot x-100-20\cdot x-121-22\cdot x-x^2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^2-4\cdot x+140=0 \Rightarrow -x^2-4\cdot x+140=0 \;/\cdot(-1) \Rightarrow x^2+4\cdot x-140=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x^2+4\cdot x-140=0 \\ a=1\ ,\ b=4\ ,\ c=-140 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1\ ,\ b=4\ ,\ c=-140 \\ x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 1\cdot(-140)}}{2\cdot 1} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16+560}}{2} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{576}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-4\pm 24}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=\dfrac{-4+24}{2} \\ x_2=\dfrac{-4-24}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=\dfrac{20}{2} \\ x_2=-\dfrac{28}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=10 \\ x_2=-14 \text{ nema smisla} \end{array}\right\} \Rightarrow x=10.$$

Vježba 145

Stranice trokuta duljina redom 3 cm, 5 cm, 7 cm treba produžiti za dužine jednake duljine tako da trokut postane pravokutan. Koliki je taj produžetak?

Rezultat: 3.

Zadatak 146 (Tina, gimnazija)

Ako je $x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3}$, tada je $x^2+\frac{1}{x^2}$ jednako:

$$A.\ \frac{100}{9} \qquad B.\ \frac{118}{3} \qquad C.\ \frac{64}{9} \qquad D.\ \frac{82}{9}$$

Rješenje 146

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n} \quad , \quad a\cdot\frac{1}{a}=1.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \ / \cdot 3 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x^2 + 3 = 10 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 3 = 0 \\ a = 3 \ , \ b = -10 \ , \ c = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 3 \ , \ b = -10 \ , \ c = 3 \\ x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{2 \cdot 3} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{10+8}{6} \\ x_2 = \dfrac{10-8}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{18}{6} \\ x_2 = \dfrac{2}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{18}{6} \\ x_2 = \dfrac{2}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\}.$$

Postoje dva rješenja, ali je u oba slučaja rezultat jednak.

- $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = [\, x = 3 \,] = 3^2 + \dfrac{1}{3^2} = 9 + \dfrac{1}{9} = \dfrac{9}{1} + \dfrac{1}{9} = \dfrac{81+1}{9} = \dfrac{82}{9}$
- $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = \left[\, x = \dfrac{1}{3} \,\right] = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 + \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{3}\right)^2} = \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{9} + \dfrac{\dfrac{1}{1}}{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{9} + \dfrac{9}{1} = \dfrac{1+81}{9} = \dfrac{82}{9}.$

Odgovor je pod D.

2.inačica

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \ /^2 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{100}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{100}{9} \Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{100}{9} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{100}{9} - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{100}{9} - \frac{2}{1} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{100 - 18}{9} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{82}{9}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 146

Ako je $x + \dfrac{1}{x} = 2,$ tada je $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ jednako:

A. 1 *B.* 2 *C.* 3 *D.* 4

Rezultat: B.

Zadatak 147 (Mario, gimnazija)

Za pozitivne realne brojeve a i b vrijedi $a^2 - 12 \cdot b^2 = a \cdot b.$ Koliko je $\dfrac{a}{b}$?

Rješenje 147

Ponovimo!

$$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n \quad , \quad a>0 \ , \ b>0 \Rightarrow \frac{a}{b}>0 \quad , \quad a<0 \ , \ b<0 \Rightarrow \frac{a}{b}>0.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Preoblikujemo zadanu jednakost.

$$a^2-12\cdot b^2=a\cdot b \Rightarrow a^2-12\cdot b^2=a\cdot b \ /\cdot\frac{1}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2}-12\cdot\frac{b^2}{b^2}=\frac{a\cdot b}{b^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2-12\cdot\frac{b^2}{b^2}=\frac{a\cdot b}{b^2} \Rightarrow \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2-12=\frac{a}{b} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2-\frac{a}{b}-12=0.$$

Uvedemo li zamjenu

$$\boxed{t=\frac{a}{b}}$$

dobije se kvadratna jednadžba.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2-\frac{a}{b}-12=0 \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{zamjena}\\ t=\frac{a}{b}\end{bmatrix} \Rightarrow t^2-t-12=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix}t^2-t-12=0\\ a=1 \ , \ b=-1 \ , \ c=-12\end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix}a=1 \ , \ b=-1 \ , \ c=-12\\ t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{matrix}\right\} \Rightarrow t_{1,2}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-12)}}{2\cdot 1} \Rightarrow t_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{49}}{2} \Rightarrow t_{1,2}=\frac{1\pm 7}{2} \Rightarrow \left.\begin{matrix}t_1=\frac{1+7}{2}\\ t_2=\frac{1-7}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}t_1=\frac{8}{2}\\ t_2=-\frac{6}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}t_1=4\\ t_2=-3\end{matrix}\right\}.$$

Vraćamo se na zamjenu.

- $\left.\begin{matrix}t=\frac{a}{b}\\ t=4\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b}=4$
- $\left.\begin{matrix}t=\frac{a}{b}\\ t=-3\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b}=-3.$

Budući da su realni brojevi a i b pozitivni, vrijedi:

$$\frac{a}{b}=4.$$

Vježba 147

Za negativne realne brojeve a i b vrijedi $a^2-a\cdot b=12\cdot b^2$. Koliko je $\frac{a}{b}$?

Rezultat: 4.

Zadatak 148 (Matea, Ivana, Petra, TUPŠ)

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x = 3 \cdot y \\ y^2 = 6 \cdot x. \end{cases}$

Rješenje 148

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 \cdot y \\ y^2 = 6 \cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow y^2 = 6 \cdot 3 \cdot y \Rightarrow y^2 = 18 \cdot y \Rightarrow y^2 - 18 \cdot y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \cdot (y - 18) = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = 0 \\ y - 18 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = 0 \\ y_2 = 18 \end{array}\right\}.$$

Računamo vrijednosti nepoznanice x.

- $\left.\begin{array}{l} x = 3 \cdot y \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 3 \cdot 0 \Rightarrow x_1 = 0.$
- $\left.\begin{array}{l} x = 3 \cdot y \\ y = 18 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 3 \cdot 18 \Rightarrow x_2 = 54.$

Rješenja sustava su:

$$(x_1, y_1) = (0, 0) \ , \ (x_2, y_2) = (54, 18).$$

Vježba 148

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x = 6 \cdot y \\ y^2 = 3 \cdot x. \end{cases}$

Rezultat: $(x_1, y_1) = (0, 0) \ , \ (x_2, y_2) = (54, 18).$

Zadatak 149 (Tina, ekonomska škola)

Skrati razlomak: $\dfrac{x^2 + x - 2}{2 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 6}.$

Rješenje 149

Ponovimo!

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Rješenja kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

su brojevi

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix} x_1=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\\ x_2=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{matrix}\right\}.$$

Faktorizacija kvadratnog trinoma

Svaki se kvadratni trinom može napisati u obliku

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=a\cdot\left(x-x_1\right)\cdot\left(x-x_2\right),$$

gdje su x_1 i x_2 rješenja pripadne kvadratne jednadžbe

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0.$$

1.inačica

Preoblikujemo brojnik i nazivnik tako da ih rastavimo na faktore.

$$\frac{x^2+x-2}{2\cdot x^2+4\cdot x-6}=\frac{x^2+x-1-1}{2\cdot\left(x^2+2\cdot x-3\right)}=\frac{\left(x^2-1\right)+\left(x-1\right)}{2\cdot\left(x^2+2\cdot x-1-2\right)}=\frac{\left(x-1\right)\cdot\left(x+1\right)+\left(x-1\right)}{2\cdot\left(\left(x^2-1\right)+\left(2\cdot x-2\right)\right)}=$$

$$=\frac{\left(x-1\right)\cdot\left(x+1\right)+\left(x-1\right)}{2\cdot\left(\left(x-1\right)\cdot\left(x+1\right)+2\cdot\left(x-1\right)\right)}=\frac{\left(x-1\right)\cdot\left(x+1+1\right)}{2\cdot\left(\left(x-1\right)\cdot\left(x+1\right)+2\cdot\left(x-1\right)\right)}=\frac{\left(x-1\right)\cdot\left(x+2\right)}{2\cdot\left(x-1\right)\cdot\left(x+1+2\right)}=$$

$$=\frac{\left(x-1\right)\cdot\left(x+2\right)}{2\cdot\left(x-1\right)\cdot\left(x+3\right)}=\frac{\left(x-1\right)\cdot\left(x+2\right)}{2\cdot\left(x-1\right)\cdot\left(x+3\right)}=\frac{x+2}{2\cdot\left(x+3\right)}.$$

2.inačica

Brojnik i nazivnik rastavimo na faktore tako da najprije odredimo rješenja pripadnih kvadratnih jednadžbi.

- $$x^2+x-2=0\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}x^2+x-2=0\\ a=1\;,\;b=1\;,\;c=-2\end{matrix}\right\}\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}a=1\;,\;b=1\;,\;c=-2\\ x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{matrix}\right\}\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}\;\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}\;\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-1\pm3}{2}\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}x_1=\dfrac{-1+3}{2}\\ x_2=\dfrac{-1-3}{2}\end{matrix}\right\}\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}x_1=\dfrac{2}{2}\\ x_2=-\dfrac{4}{2}\end{matrix}\right\}\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}x_1=1\\ x_2=-2\end{matrix}\right\}.$$

Sada je

$$x^2+x-2=1\cdot\left(x-1\right)\cdot\left(x-(-2)\right)\;\Rightarrow\;x^2+x-2=\left(x-1\right)\cdot\left(x+2\right).$$

- $$2\cdot x^2+4\cdot x-6=0\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}2\cdot x^2+4\cdot x-6=0\\ a=2\;,\;b=4\;,\;c=-6\end{matrix}\right\}\;\Rightarrow\;\left.\begin{matrix}a=2\;,\;b=4\;,\;c=-6\\ x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{matrix}\right\}\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot2\cdot(-6)}}{2\cdot2}\;\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16+48}}{4}\;\Rightarrow\;x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{64}}{4}\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{-4\pm 8}{4}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_1=\frac{-4+8}{4} \\ x_2=\frac{-4-8}{4}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_1=\frac{4}{4} \\ x_2=-\frac{12}{4}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=-3\end{array}\right\}.$$

Sada je

$$2\cdot x^2+4\cdot x-6=2\cdot(x-1)\cdot(x-(-3))\ \Rightarrow\ 2\cdot x^2+4\cdot x-6=2\cdot(x-1)\cdot(x+3).$$

Konačno se dobije:

$$\frac{x^2+x-2}{2\cdot x^2+4\cdot x-6}=\frac{(x-1)\cdot(x+2)}{2\cdot(x-1)\cdot(x+3)}=\frac{(x-1)\cdot(x+2)}{2\cdot(x-1)\cdot(x+3)}=\frac{x+2}{2\cdot(x+3)}.$$

Vježba 149

Skrati razlomak: $\frac{2\cdot x^2+4\cdot x-6}{x^2+x-2}$.

Rezultat: $\frac{2\cdot(x+3)}{x+2}$.

Zadatak 150 (Vinko, srednja škola)

Nađite svezu između rješenja x_1 i x_2 jednadžbe $x^2-2\cdot\cos\alpha\cdot x+1-\sin\alpha=0$ koja ne ovisi o α.

Rješenje 150

Ponovimo!

Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}\quad,\quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\cos^2 x+\sin^2 x=1\quad,\quad\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}\quad,\quad n=\frac{n}{1}\quad,\quad(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$\left.\begin{array}{l} a=b \\ c=d\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ a+c=b+d\quad,\quad a=b\ \Rightarrow\ b=a.$$

$$x^2-2\cdot\cos\alpha\cdot x+1-\sin\alpha=0\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=-2\cdot\cos\alpha \\ c=1-\sin\alpha\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left[\begin{array}{l} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\end{array}\right]\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_1+x_2=-\frac{-2\cdot\cos\alpha}{1} \\ x_1\cdot x_2=\frac{1-\sin\alpha}{1}\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_1+x_2=2\cdot\cos\alpha \\ x_1\cdot x_2=1-\sin\alpha\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} 2\cdot\cos\alpha=x_1+x_2 \\ \sin\alpha=1-x_1\cdot x_2\end{array}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\cdot\cos\alpha = x_1 + x_2 \;/:2 \\ \sin\alpha = 1 - x_1\cdot x_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \cos\alpha = \dfrac{x_1+x_2}{2} \\ \sin\alpha = 1 - x_1\cdot x_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \cos\alpha = \dfrac{x_1+x_2}{2} \;/^2 \\ \sin\alpha = 1 - x_1\cdot x_2 \;/^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \cos^2\alpha = \left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)^2 \\ \sin^2\alpha = \left(1 - x_1\cdot x_2\right)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \cos^2\alpha = \dfrac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} \\ \sin^2\alpha = 1 - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \frac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} + 1 - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} + 1 - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} + 1 - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 \Rightarrow \frac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(x_1+x_2\right)^2}{4} - 2\cdot x_1\cdot x_2 + \left(x_1\cdot x_2\right)^2 = 0 \;/\cdot 4 \Rightarrow \left(x_1+x_2\right)^2 - 8\cdot x_1\cdot x_2 + 4\cdot\left(x_1\cdot x_2\right)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x_1+x_2\right)^2 + 4\cdot x_1\cdot x_2\cdot\left(x_1\cdot x_2 - 2\right) = 0.$$

Vježba 150

Nađite svezu između rješenja x_1 i x_2 jednadžbe $x^2 - 2\cdot\cos\alpha\cdot x + 2 - \sin\alpha = 1$ koja ne ovisi o α.

Rezultat: $\left(x_1+x_2\right)^2 + 4\cdot x_1\cdot x_2\cdot\left(x_1\cdot x_2 - 2\right) = 0.$

Zadatak 151 (Ana, gimnazija)

Dana je kvadratna jednadžba $m\cdot\left(x-1\right)^2 = 1 - \left(m-1\right)\cdot x,$ gdje je m realan parametar. Za koje m je nula jedno rješenje jednadžbe?

Rješenje 151

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

$$\left(-a\right)^2 = a^2 \quad , \quad 0\cdot a = a\cdot 0 = 0 \quad , \quad 1\cdot a = a\cdot 1 = a.$$

Prema uvjetu zadatka nula je jedno rješenje jednadžbe. Uvrstit ćemo nulu u jednadžbu i izračunati m.

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ m\cdot\left(x-1\right)^2 = 1 - \left(m-1\right)\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow m\cdot\left(0-1\right)^2 = 1 - \left(m-1\right)\cdot 0 \Rightarrow m\cdot\left(-1\right)^2 = 1 - 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; m \cdot 1 = 1 \; \Rightarrow \; m = 1.$$

Vježba 151

Dana je kvadratna jednadžba $m \cdot (x-1)^2 = 1 - (m-1) \cdot x,$ gdje je m realan parametar. Za koje m je jedan jedno rješenje jednadžbe?

Rezultat: $m = 2.$

Zadatak 152 (Ana, gimnazija)

Dana je kvadratna jednadžba $m \cdot (x-1)^2 = 1 - (m-1) \cdot x,$ gdje je m realan parametar. Za koje m su rješenja jednadžbe suprotni brojevi?

Rješenje 152

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = 0 \\ b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 0.$$

Za dva broja a i b kažemo da su suprotni brojevi ako vrijedi:

$$a + b = 0 \quad , \quad a = -b \quad , \quad b = -a.$$

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Preoblikujemo kvadratnu jednadžbu.

$$m \cdot (x-1)^2 = 1 - (m-1) \cdot x \; \Rightarrow \; m \cdot \left(x^2 - 2 \cdot x + 1\right) = 1 - m \cdot x + x \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; m \cdot x^2 - 2 \cdot m \cdot x + m = 1 - m \cdot x + x \; \Rightarrow \; m \cdot x^2 - 2 \cdot m \cdot x + m - 1 + m \cdot x - x = 0 \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; m \cdot x^2 - m \cdot x - x + m - 1 = 0 \; \Rightarrow \; m \cdot x^2 - (m+1) \cdot x + (m-1) = 0 \; \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = m \\ b = -(m+1) \\ c = m - 1 \end{array} \right\}.$$

Budući da su rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe suprotni brojevi, njihov zbroj jednak je nuli. Pomoću Vièteove formule dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 = 0 \text{ uvjet} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 0 \; \Rightarrow \; b = 0 \; \Rightarrow \; \left[b = -(m+1) \right] \; \Rightarrow \; -(m+1) = 0 \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; -(m+1) = 0 \; / \cdot (-1) \; \Rightarrow \; m + 1 = 0 \; \Rightarrow \; m = -1.$$

Vježba 152

Dana je kvadratna jednadžba $(x-1)^2 = 2-(m+1)\cdot x,$ gdje je m realan parametar. Za koje m su rješenja jednadžbe suprotni brojevi?

Rezultat: $m = 1.$

Zadatak 153 (Ana, gimnazija)

Dana je kvadratna jednadžba $m\cdot(x-1)^2 = 1-(m-1)\cdot x,$ gdje je m realan parametar. Ako je 3 jedno rješenje jednadžbe, odredite drugo rješenje.

Rješenje 153

Ponovimo!

Parametar
Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.
Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.
Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.
Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.
Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a\cdot x^2 + b\cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad x_1\cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c \quad , \quad a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a\cdot d - b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2 \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{1}{a} = \frac{1}{b}.$$

Budući da je 3 jedno rješenje jednadžbe, uvrstimo ga u nju i izračunamo m.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 \\ m\cdot(x-1)^2 = 1-(m-1)\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow m\cdot(3-1)^2 = 1-(m-1)\cdot 3 \Rightarrow m\cdot 2^2 = 1-3\cdot m+3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot m = 1-3\cdot m+3 \Rightarrow 4\cdot m+3\cdot m = 1+3 \Rightarrow 7\cdot m = 4 \Rightarrow 7\cdot m = 4 \;/:7 \Rightarrow m = \frac{4}{7}.$$

Preoblikujemo zadanu kvadratnu jednadžbu.

$$\left.\begin{array}{l} m = \frac{4}{7} \\ m\cdot(x-1)^2 = 1-(m-1)\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{4}{7}\cdot(x-1)^2 = 1-\left(\frac{4}{7}-1\right)\cdot x \Rightarrow \frac{4}{7}\cdot(x-1)^2 = 1-\left(\frac{4}{7}-\frac{1}{1}\right)\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{7}\cdot(x-1)^2 = 1-\frac{4-7}{7}\cdot x \Rightarrow \frac{4}{7}\cdot(x-1)^2 = 1-\frac{-3}{7}\cdot x \Rightarrow \frac{4}{7}\cdot(x-1)^2 = 1+\frac{3}{7}\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{7}\cdot(x-1)^2 = 1+\frac{3}{7}\cdot x \;/\cdot 7 \Rightarrow 4\cdot(x-1)^2 = 7+3\cdot x \Rightarrow 4\cdot\left(x^2-2\cdot x+1\right) = 7+3\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x^2 - 8\cdot x + 4 = 7+3\cdot x \Rightarrow 4\cdot x^2 - 8\cdot x + 4 - 7 - 3\cdot x = 0 \Rightarrow 4\cdot x^2 - 11\cdot x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{r} a=4 \\ \Rightarrow \; b=-11 \\ c=-3 \end{array}\right\}.$$

Budući da je 3 jedno rješenje kvadratne jednadžbe, drugo se dobije iz Vièteove formule.

$$\left.\begin{array}{l} x_1=3 \\ a=4 \;\;,\;\; c=-3 \\ x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \; 3 \cdot x_2=\frac{-3}{4} \; \Rightarrow \; 3 \cdot x_2=\frac{-3}{4} \; / \cdot \frac{1}{3} \; \Rightarrow \; x_2=-\frac{1}{4}.$$

Vježba 153

Dana je kvadratna jednadžba $m \cdot (x-1)^2=1+(1-m) \cdot x,$ gdje je m realan parametar. Ako je 3 jedno rješenje jednadžbe, odredite drugo rješenje.

Rezultat: $x_2=-\frac{1}{4}.$

Zadatak 154 (Ana, gimnazija)

Dana je kvadratna jednadžba $m \cdot (x-1)^2=1-(m-1) \cdot x,$ gdje je m realan parametar. Odredite m uz uvjet da jednadžba ima dvostruko rješenje.

Rješenje 154

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Diskriminanta kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2+b \cdot x+c=0$$

je broj

$$D=b^2-4 \cdot a \cdot c.$$

- Ako je D > 0, jednadžba ima dva realna rješenja.
- Ako je D = 0, jednadžba ima jedno dvostruko realno rješenje.
- Ako je D < 0, jednadžba ima kompleksno – konjugirana rješenja.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c \quad , \quad a \cdot b+a \cdot c=a \cdot (b+c).$$

$$(-a)^2=a^2 \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2 \cdot a \cdot b+b^2 \quad , \quad \sqrt{a \cdot b}=\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n}=\frac{a}{b} \;\;,\;\; n \neq 0 \;\;,\;\; n \neq 1.$$

Preoblikujemo kvadratnu jednadžbu.

$$m \cdot (x-1)^2=1-(m-1) \cdot x \; \Rightarrow \; m \cdot \left(x^2-2 \cdot x+1\right)=1-m \cdot x+x \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\cdot x^2-2\cdot m\cdot x+m=1-m\cdot x+x \Rightarrow m\cdot x^2-2\cdot m\cdot x+m-1+m\cdot x-x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\cdot x^2-m\cdot x-x+m-1=0 \Rightarrow m\cdot x^2-(m+1)\cdot x+(m-1)=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} a=m \\ b=-(m+1) \\ c=m-1 \end{matrix}\right\}.$$

Budući da kvadratna jednadžba ima dvostruko realno rješenje, njezina diskriminanta jednaka je nuli.

$$\left.\begin{matrix} a=m \ , \ b=-(m+1) \ , \ c=m-1 \\ b^2-4\cdot a\cdot c=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (-(m+1))^2-4\cdot m\cdot(m-1)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m+1)^2-4\cdot m\cdot(m-1)=0 \Rightarrow m^2+2\cdot m+1-4\cdot m^2+4\cdot m=0 \Rightarrow -3\cdot m^2+6\cdot m+1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3\cdot m^2+6\cdot m+1=0 \ /\cdot(-1) \Rightarrow 3\cdot m^2-6\cdot m-1=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3\cdot m^2-6\cdot m-1=0 \\ a=3 \ , \ b=-6 \ , \ c=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} a=3 \ , \ b=-6 \ , \ c=-1 \\ m_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot 3\cdot(-1)}}{2\cdot 3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{36+12}}{6} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{48}}{6} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{16\cdot 3}}{6} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{16}\cdot\sqrt{3}}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{1,2}=\frac{6\pm 4\cdot\sqrt{3}}{6} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{2\cdot\left(3\pm 2\cdot\sqrt{3}\right)}{6} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{2\cdot\left(3\pm 2\cdot\sqrt{3}\right)}{6} \Rightarrow m_{1,2}=\frac{3\pm 2\cdot\sqrt{3}}{3}.$$

Vježba 154

Dana je kvadratna jednadžba $m\cdot(x-1)^2=1+(1-m)\cdot x$, gdje je m realan parametar. Odredite m uz uvjet da jednadžba ima dvostruko rješenje.

Rezultat: $m_{1,2}=\frac{3\pm 2\cdot\sqrt{3}}{3}$.

Zadatak 155 (Hana, ekonomska škola)

Odredi rješenja kvadratne jednadžbe $x^2+4\cdot x-12=0$.

Rješenje 155

Ponovimo!

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Jednadžba oblika

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$

($a\neq 0$, b i c realni brojevi) naziva se kvadratna jednadžba. Svaki broj x (realni ili kompleksni) koji zadovoljava tu jednadžbu naziva se rješenje kvadratne jednadžbe. Pri tome je:

- a – vodeći koeficijent
- b – linearni koeficijent
- c – slobodni koeficijent.

Rješenja kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

su brojevi

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

ili kraće

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

$$x^2 + 4 \cdot x - 12 = 0 \;\Rightarrow\; 1 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 12 = 0 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 1 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 12 = 0 \\ a = 1 \;,\; b = 4 \;,\; c = -12 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \;,\; b = 4 \;,\; c = -12 \\ x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} \;\Rightarrow\; x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2} \;\Rightarrow\; x_{1,2} = \frac{-4 \pm 8}{2} \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-4+8}{2} \\ x_2 = \dfrac{-4-8}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{4}{2} \\ x_2 = -\dfrac{12}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{array}\right\}.$$

Vježba 155

Odredi rješenja kvadratne jednadžbe $x^2 + 4 \cdot x - 45 = 0.$

Rezultat: $x_1 = 5 \;,\; x_2 = -9.$

Zadatak 156 (Roby, gimnazija)

Jedno rješenje jednadžbe $x^2 + p \cdot x + 1 = 0$ jest x_1. Odredi drugo rješenje.

Rješenje 156

Ponovimo!

Jednadžba oblika

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

($a \neq 0$, b i c realni brojevi) naziva se kvadratna jednadžba. Svaki broj x (realni ili kompleksni) koji zadovoljava tu jednadžbu naziva se rješenje kvadratne jednadžbe. Pri tome je:

- a – vodeći koeficijent
- b – linearni koeficijent
- c – slobodni koeficijent.

Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Viètеove formule:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Rješenja (korijeni) x_1, x_2 kvadratne jednadžbe

$$x^2 + b \cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Viètеove formule:

$$x_1 + x_2 = -b \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = c.$$

Odredimo koeficijente jednadžbe.

$$\left.\begin{array}{l} x^2+p\cdot x+1=0 \\ a\cdot x^2+b\cdot x+c=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=p \\ c=1 \end{array}\right\}.$$

Pomoću Vièteove formule odredi se rješenje x_2, ako je jedno rješenje x_1.

$$\left.\begin{array}{l} x_1\cdot x_2=c \\ c=1 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1\cdot x_2=1 \Rightarrow x_1\cdot x_2=1\ /\cdot\frac{1}{x_1} \Rightarrow x_2=\frac{1}{x_1}.$$

Vježba 156

Jedno rješenje jednadžbe $x^2+p\cdot x+1=0$ jest x_2. Odredi drugo rješenje.

Rezultat: $x_1=\frac{1}{x_2}.$

Zadatak 157 (Roby, gimnazija)

Rješenja jednadžbe $x^2-7\cdot x+m=0$ su x_1 i x_2, a rješenja jednadžbe $x^2+7\cdot x+n=0$ su x_3 i x_4. Koliko je $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$?

Rješenje 157

Ponovimo!

Za zbrajanje vrijedi zakon asocijacije, koji kaže da se zbroj ne mijenja ako se pribrojnici zbrajaju u bilo kojim skupinama:

$$a+(b+c)=(a+b)+c.$$

Jednadžba oblika

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$

($a \neq 0$, b i c realni brojevi) naziva se kvadratna jednadžba. Svaki broj x (realni ili kompleksni) koji zadovoljava tu jednadžbu naziva se rješenje kvadratne jednadžbe. Pri tome je:

- a – vodeći koeficijent
- b – linearni koeficijent
- c – slobodni koeficijent.

Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \quad , \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

Rješenja (korijeni) x_1, x_2 kvadratne jednadžbe

$$x^2+b\cdot x+c=0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1+x_2=-b \quad , \quad x_1\cdot x_2=c.$$

- Odredimo koeficijente jednadžbe $x^2-7\cdot x+m=0.$

$$\left.\begin{array}{l} x^2-7\cdot x+m=0 \\ a\cdot x^2+b\cdot x+c=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=-7 \\ c=m \end{array}\right\}.$$

Za njezina rješenja x_1 i x_2 vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 + x_2 = -b \\ b = -7 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = -(-7) \Rightarrow x_1 + x_2 = 7.$$

- Odredimo koeficijente jednadžbe $x^2 + 7 \cdot x + n = 0$.

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + 7 \cdot x + n = 0 \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 7 \\ c = n \end{array}\right\}.$$

Za njezina rješenja x_3 i x_4 vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x_3 + x_4 = -b \\ b = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow x_3 + x_4 = -7.$$

Konačno dobije se:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = (x_1 + x_2) + (x_3 + x_4) = 7 + (-7) = 7 - 7 = 0.$$

Vježba 157

Rješenja jednadžbe $x^2 - 5 \cdot x + m = 0$ su x_1 i x_2, a rješenja jednadžbe $x^2 + 5 \cdot x + n = 0$ su x_3 i x_4. Koliko je $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$?

Rezultat: 0.

Zadatak 158 (Roby, gimnazija)

Rješenja jednadžbe $x^2 + m \cdot x + \frac{3}{4} = 0$ su x_1 i x_2, a rješenja jednadžbe $x^2 + n \cdot x - \frac{8}{3} = 0$ su x_3 i x_4. Koliko je $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$?

Rješenje 158

Ponovimo!

Za množenje vrijedi zakon asocijacije, koji kaže da se umnožak ne mijenja ako se faktori množe u bilo kojim skupinama:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Jednadžba oblika

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

($a \neq 0$, b i c realni brojevi) naziva se kvadratna jednadžba. Svaki broj x (realni ili kompleksni) koji zadovoljava tu jednadžbu naziva se rješenje kvadratne jednadžbe. Pri tome je:

- a – vodeći koeficijent
- b – linearni koeficijent
- c – slobodni koeficijent.

Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Rješenja (korijeni) x_1, x_2 kvadratne jednadžbe

$$x^2 + b \cdot x + c = 0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1 + x_2 = -b \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = c.$$

- Odredimo koeficijente jednadžbe $x^2 + m \cdot x + \frac{3}{4} = 0.$

$$\left.\begin{matrix} x^2 + m \cdot x + \frac{3}{4} = 0 \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a = 1 \\ b = m \\ c = \frac{3}{4} \end{matrix}\right\}.$$

Za njezina rješenja x_1 i x_2 vrijedi:

$$\left.\begin{matrix} x_1 \cdot x_2 = c \\ c = \frac{3}{4} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{4}.$$

- Odredimo koeficijente jednadžbe $x^2 + n \cdot x - \frac{8}{3} = 0.$

$$\left.\begin{matrix} x^2 + n \cdot x - \frac{8}{3} = 0 \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a = 1 \\ b = n \\ c = -\frac{8}{3} \end{matrix}\right\}.$$

Za njezina rješenja x_3 i x_4 vrijedi:

$$\left.\begin{matrix} x_3 \cdot x_4 = c \\ c = -\frac{8}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x_3 \cdot x_4 = -\frac{8}{3}.$$

Konačno dobije se:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \left(x_1 \cdot x_2\right) \cdot \left(x_3 \cdot x_4\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = -2.$$

Vježba 158

Rješenja jednadžbe $x^2 + m \cdot x + \frac{5}{4} = 0$ su x_1 i x_2, a rješenja jednadžbe $x^2 + n \cdot x + \frac{8}{5} = 0$ su x_3 i x_4. Koliko je $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$?

Rezultat: 2.

Zadatak 159 (Roby, gimnazija)

Rješenja jednadžbe $x^2 + p \cdot x + q = 0$ su x_1 i x_2. Odredi rješenja jednadžbe $x^2 - p \cdot x + q = 0.$

Rješenje 159

Ponovimo!

Jednadžba oblika

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

($a \neq 0$, b i c realni brojevi) naziva se kvadratna jednadžba. Svaki broj x (realni ili kompleksni) koji zadovoljava tu jednadžbu naziva se rješenje kvadratne jednadžbe. Pri tome je:

- a – vodeći koeficijent
- b – linearni koeficijent

- c – slobodni koeficijent.

Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \quad , \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

Rješenja (korijeni) x_1, x_2 kvadratne jednadžbe

$$x^2+b\cdot x+c=0$$

zadovoljavaju Vièteove formule:

$$x_1+x_2=-b \quad , \quad x_1\cdot x_2=c.$$

- Odredimo koeficijente jednadžbe $x^2+p\cdot x+q=0$.

$$\left.\begin{array}{l} x^2+p\cdot x+q=0 \\ a\cdot x^2+b\cdot x+c=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=p \\ c=q \end{array}\right\}.$$

Za njezina rješenja x_1 i x_2 vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2=-b \\ x_1\cdot x_2=c \\ b=p \ , \ c=q \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=q \end{array}\right\}.$$

- Odredimo koeficijente jednadžbe $x^2-p\cdot x+q=0$.

$$\left.\begin{array}{l} x^2-p\cdot x+q=0 \\ a\cdot x^2+b\cdot x+c=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=-p \\ c=q \end{array}\right\}.$$

Neka su x_3 i x_4 njezina rješenja za koja vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x_3+x_4=-b \\ x_3\cdot x_4=c \\ b=-p \ , \ c=q \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3+x_4=-(-p) \\ x_3\cdot x_4=q \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3+x_4=p \\ x_3\cdot x_4=q \end{array}\right\}.$$

Usporedbom Vièteovih formula za drugu i prvu kvadratnu jednadžbu dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} x_3+x_4=p \\ x_3\cdot x_4=q \\ x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=q \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3+x_4=p \\ x_3\cdot x_4=q \\ x_1+x_2=-p \ /\cdot(-1) \\ x_1\cdot x_2=q \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3+x_4=p \\ x_3\cdot x_4=q \\ -x_1-x_2=p \\ x_1\cdot x_2=q \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3+x_4=-x_1-x_2 \\ x_3\cdot x_4=x_1\cdot x_2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3+x_4=-x_1+(-x_2) \\ x_3\cdot x_4=(-x_1)\cdot(-x_2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_3=-x_1 \\ x_4=-x_2 \end{array}\right\}.$$

Vježba 159

Rješenja jednadžbe $x^2-p\cdot x+q=0$ su x_1 i x_2. Odredi rješenja jednadžbe $x^2+p\cdot x+q=0$.

Rezultat: $-x_1, -x_2.$

Zadatak 160 (Tonka, medicinska škola)

Riješi jednadžbu $(x-1)^2+(x-1)-2=0.$

Rješenje 160

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad ,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$(x-1)^2+(x-1)-2=0\ \Rightarrow\ x^2-2\cdot x+1+x-1-2=0\ \Rightarrow\ x^2-2\cdot x+1+x-1-2=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x^2-2\cdot x+x-2=0\ \Rightarrow\ x^2-x-2=0\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} x^2-x-2=0 \\ a=1\ ,\ b=-1\ ,\ c=-2\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left.\begin{matrix} a=1\ ,\ b=-1\ ,\ c=-2 \\ x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}\ \Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}\ \Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} x_1=\dfrac{1+3}{2} \\ x_2=\dfrac{1-3}{2}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} x_1=\dfrac{4}{2} \\ x_2=-\dfrac{2}{2}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left.\begin{matrix} x_1=\dfrac{4}{2} \\ x_2=-\dfrac{2}{2}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} x_1=2 \\ x_2=-1\end{matrix}\right\}.$$

2.inačica

$$(x-1)^2+(x-1)-2=0.$$

Uvodimo zamjenu (supstituciju).

$$t=x-1.$$

$$\left.\begin{matrix} (x-1)^2+(x-1)-2=0 \\ t=x-1\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ t^2+t-2=0\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} t^2+t-2=0 \\ a=1\ ,\ b=1\ ,\ c=-2\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left.\begin{matrix} a=1\ ,\ b=1\ ,\ c=-2 \\ t_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}\ \Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}\ \Rightarrow\ t_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{2}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} t_1=\dfrac{-1+3}{2} \\ t_2=\dfrac{-1-3}{2}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} t_1=\dfrac{2}{2} \\ t_2=-\dfrac{4}{2}\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_1 = \frac{2}{2} \\ \\ t_2 = -\frac{4}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_1 = 1 \\ t_2 = -2 \end{array}\right\}.$$

Vraćamo se zamjeni (supstituciji).

- $\left.\begin{array}{l} t = x - 1 \\ t = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 \Rightarrow x_1 = 2$
- $\left.\begin{array}{l} t = x - 1 \\ t = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow x - 1 = -2 \Rightarrow x = -2 + 1 \Rightarrow x_2 = -1.$

Vježba 160

Riješi jednadžbu $(x+1)^2 - (x+1) - 6 = 0.$

Rezultat: $x_1 = -3, \; x_2 = 2.$