

NEOBIČNA FORMULA

MLADEN HALAPA, *Bjelovar*

Na povratku iz škole Marta, Ivan i Filip razgovarali su o sutrašnjem testu iz matematike.

"Večeras je sjajan film na TV-u, a ja još nisam dobro naučila formule za površine geometrijskih likova i obujme tijela", tuži se Marta.

"Za mene neće biti problema", javi se Filip. "Našao sam genijalnu formulu u tatinoj staroj knjizi. Lako se pamti i iz nje se izvode baš one koje nam trebaju."

"Kako glasi?" radoznalo će Marta i Ivan.

Sutradan su se svi troje samozadovoljno smješkali. Zna li vi, možda, tu formulu? Pomaže nam pri izvođenju formula za površine:

- kvadrata (četvorine),
- pravokutnika (pačetvorine),
- paralelograma,
- trokuta,
- pravokutnog trokuta,
- trapeza,

i obujme:

- prizme,
- piramide,
- krnje piramide,
- valjka,
- kugle,
- stošca,
- krnjeg stošca.

Evo formule za površine likova:

$$P = \frac{v}{6}(d + 4 \cdot s + g);$$

d je donja osnovica ili baza, g je gornja osnovica ili baza, v je visina, s je srednjica (to je dužina paralelna s osnovkom, a prolazi polovištem visine).

A za obujme tijela formula glasi:

$$V = \frac{v}{6}(P_d + 4 \cdot P_s + P_g);$$

v je visina tijela, P_d je površina donje osnovice, P_g je površina gornje osnovice, P_s je površina srednjeg presjeka (dobiva se tako da tijelo presiječemo ravninom koja je paralelna s ravninom baze, a prolazi polovištem visine).

Pokažimo kako se te formule koriste.

Primjer 1. Izvedite formulu za površinu pravokutnika.

Donja i gornja baza, te srednjica, jednake su a . Visina je b .

$$g = a,$$

$$s = a,$$

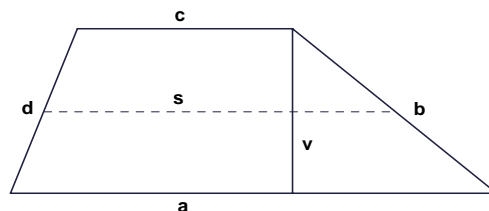
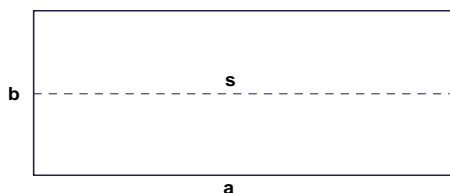
$$d = a,$$

$$v = b,$$

$$P = \frac{v}{6}(d + 4 \cdot s + g),$$

$$P = \frac{b}{6}(a + 4 \cdot a + a),$$

$$P = ab.$$



Primjer 2. Kako glasi formula za površinu trapeza?

Srednjica je trapeza paralelna osnovkama trapeza i jednaka polovici njihova zbroja, tj.

$$s = \frac{a + c}{2};$$

$$v = v,$$

$$d = a,$$

$$g = c,$$

$$s = \frac{a + c}{2},$$

$$P = \frac{v}{6}(d + 4 \cdot s + g),$$

$$P = \frac{v}{6} \left(a + 4 \cdot \frac{a+c}{2} + c \right),$$

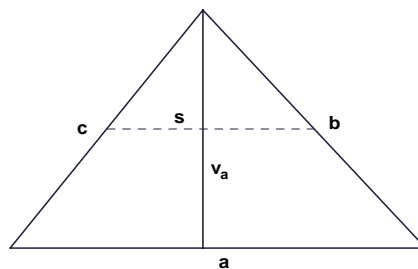
$$P = \frac{v}{6} (a + 2 \cdot a + 2 \cdot c + c),$$

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v.$$

Primjer 3. Napišite formulu za površinu trokuta.

Srednjica je trokuta paralelna trećoj stranici i jednaka njezinoj polovici. Iz slike je

$$s = \frac{a}{2}.$$



Uočite da je gornja baza jedna točka, odnosno vrh trokuta.

$$d = a,$$

$$g = 0,$$

$$v = v_a,$$

$$s = \frac{a}{2},$$

$$P = \frac{v}{6} (d + 4 \cdot s + g),$$

$$P = \frac{v_a}{6} \left(a + 4 \cdot \frac{a}{2} + 0 \right),$$

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}.$$

Primjer 4. Nađite formulu za obujam prizme.

Površinu baze označimo s B .

$$P_d = B,$$

$$P_s = B,$$

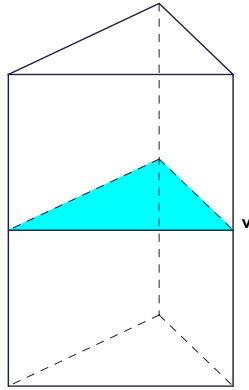
$$P_g = B,$$

$$v = v,$$

$$V = \frac{v}{6}(P_d + 4 \cdot P_s + P_g),$$

$$V = \frac{v_a}{6}(B + 4 \cdot B + B),$$

$$V = B \cdot v.$$



Primjer 5. Znamo li izvesti formulu za obujam kugle?

Donja i gornja baza kugle su točke, a srednji je presjek krug površine $r^2 \cdot \pi$.

$$P_d = 0,$$

$$P_g = 0,$$

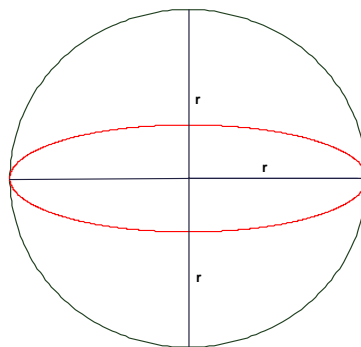
$$v = 2 \cdot r,$$

$$P_s = r^2 \cdot \pi,$$

$$V = \frac{v}{6}(P_d + 4 \cdot P_s + P_g),$$

$$V = \frac{2 \cdot r}{6}(0 + 4 \cdot r^2 \cdot \pi + 0),$$

$$V = \frac{4}{3} r^3 \pi.$$



Na posao! Formule za obujme ostalih tijela izvedite sami.