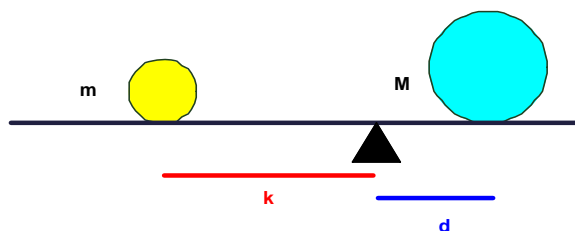


"VAGANJE" ZADATAKA

MLADEN HALAPA, Bjelovar

Iz fizike nam je poznato: stavimo li na jednu stranu vage na udaljenosti k tijelo mase m , a na drugu stranu na udaljenosti d tijelo mase M , ona će biti u ravnoteži kada je:

$$m \cdot k = M \cdot d.$$



Zanimljivo je kako mala djeca vješto primjenjuju taj zakon igrajući se na njihaljci. Prvi ga je izrekao Arhimed iz Sirakuze (282. – 212.g. prije Krista) i zato se zove Arhimedov zakon poluge: *Poluga je u ravnoteži kad su umnošci duljine krakova i težine tereta jednaki za obje strane.*

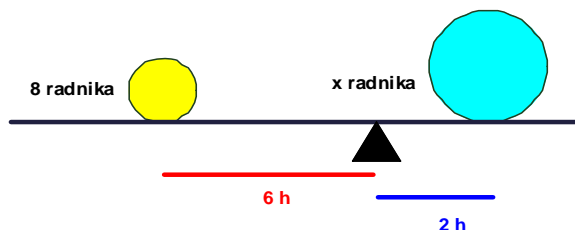
Stari povjesničari citiraju Arhimedove riječi: *Dajte mi čvrstu točku u svemiru i dići ću Zemlju.*

Pokažimo kako zakon poluge (vage) možemo primijeniti za rješavanje nekih tipova matematičkih zadataka.

Zadatak 1. Osam radnika obavi neki posao za 6 sati. Koliko treba radnika da se ovaj posao završi za 2 sata?

Rješenje. Bitno je uočiti da radnici trebaju obaviti isti posao. Ravnoteža vage oponaša (simulira) stalnost posla. Neka broj radnika odgovara masi, a broj sati duljini kraka.

8 radnika = m , 6 sati = k , x radnika = M , 2 sata = d .



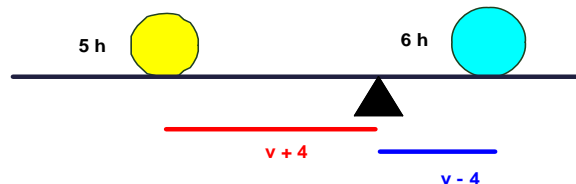
$m \cdot k = M \cdot d$, $8 \cdot 6 = 2 \cdot x$, $x = 24$. Trebat će 24 radnika.

Zadatak 2. Ploveći nizvodno parobrod prevali put između dva pristaništa za 5 sati, a uzvodno za 6 sati. Nađi brzinu parobroda u mirnoj vodi ako brzina toka rijeke iznosi 4 km/h.

Rješenje. Ovdje ravnotežu vage "glumi" isti put. Iz fizike znamo kako se računa:

$$\text{put} = \text{brzina} \cdot \text{vrijeme}.$$

Označimo brzinu parobroda u mirnoj vodi s v . Kad plovi niz rijeku, ukupna brzina dobije se zbrajanjem rijeke i parobroda: $v + 4$. Uzvodno je suprotno: $v - 4$. Sad broj sati odgovara masi, a brzina duljini krakova. $m = 5$, $k = v + 4$, $M = 6$, $d = v - 4$.

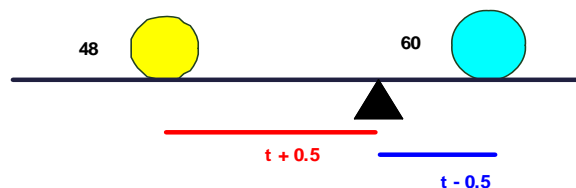


$$5 \cdot (v + 4) = 6 \cdot (v - 4), v = 44.$$

Brzina parobroda u mirnoj vodi je 44 km/h.

Zadatak 3. Autobus mora prevaliti put između dva mjesta u vremenu određenom voznim redom. Ako bi vozio brzinom 48 km/h, kasnio bi pola sata, a da vozi brzinom 60 km/h, stigao bi pola sata ranije. Za koliko vremena autobus prevali taj put prema voznom redu?

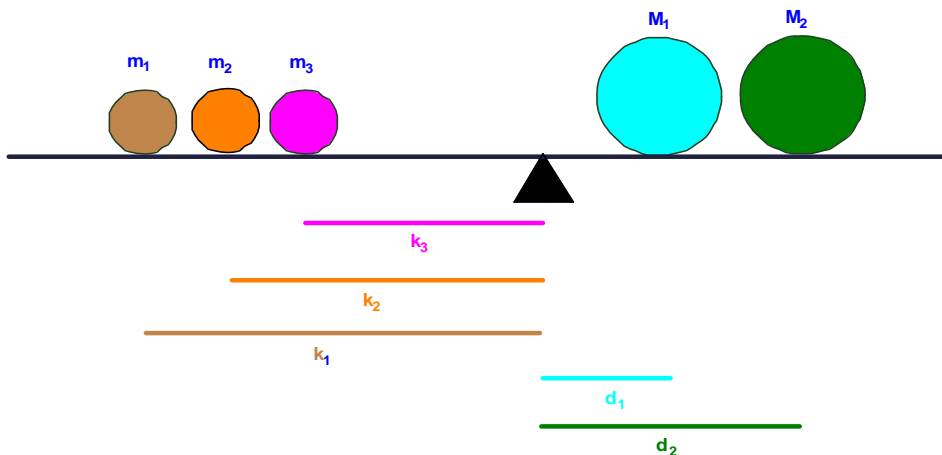
Rješenje. Neka je traženo vrijeme t izraženo u satima. Ako kasni pola sata, onda je za taj put autobus utrošio vrijeme $t + 0.5$, a ako stigne pola sata ranije, onda je utrošeno vrijeme $t - 0.5$ sati.



$$48 \cdot (t + 0.5) = 60 \cdot (t - 0.5), t = 4.5.$$

Prema voznom redu autobus mora prevaliti put između ta dva mjesta za 4.5 sati.

Za složenije zadatke koristimo poopćeni zakon poluge. Pogledaj sliku.



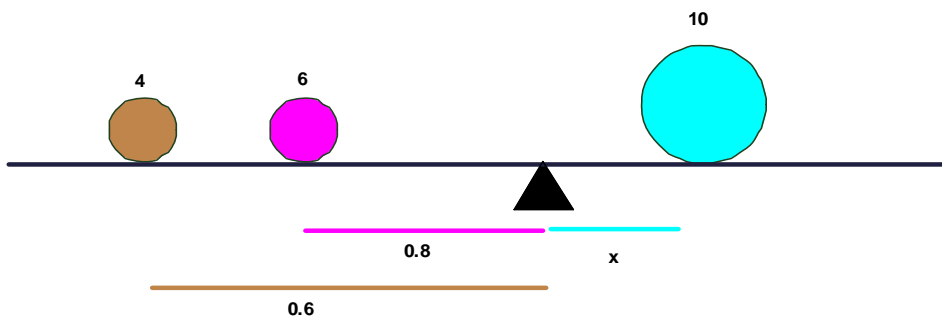
Sad uvjet ravnoteže glasi

$$m_1 \cdot k_1 + m_2 \cdot k_2 + m_3 \cdot k_3 = M_1 \cdot d_1 + M_2 \cdot d_2$$

Zadatak 4. Koliki je postotak alkohola u smjesi koja se dobije miješanjem 4 litre 60%-tnog alkohola sa 6 litara 80%-tnog?

Rješenje. Uoči da je ovdje ista količina tekućine prije i poslije miješanja. Postotak možemo pisati u obliku decimalnog broja:

$60\% = \frac{60}{100} = 0.6$. Broj litara odgovarat će sad masi, a postotak duljini kraka.



$$4 \cdot 0.6 + 6 \cdot 0.8 = 10 \cdot x, \quad x = 72.$$

Postotak alkohola u smjesi iznosi 72%.

Zadatci

1. S koliko postotne kiseline treba miješati 6 litara 58%-tnog kiseline da bi se dobilo 10 litara 70%-tne? (Rez. S 4 litre 88%-tne kiseline).

2. Kolika je cijena kilograma smjese kave koju dobijemo miješanjem 750 kg kave po 55 kuna (po kg) i 500 kg po 45 kuna (po kg)? (Rez. Cijena je smjese 51 kuna po kg).

3. Morska voda sadrži 5% soli. Koliko litara slatke vode treba dodati količini od 40 litara morske vode da bi se dobila voda s 2% soli? (Rez. Treba dodati 60 litara slatke vode).